Calculer la vitesse du son après Newton : le défi du jeune Euler

François Baskevitch

Calculer la vitesse du son après Newton : le défi du jeune Euler

François Baskevitch, 2012

François Baskevitch, ingénieur en traitement du signal audio (Télécoms Lille), a effectué une longue carrière dans le domaine de l'électro-acoustique. Docteur en Histoire des Sciences, il a soutenu sa thèse à l'Université de Nantes en 2008 sur l'histoire de l'acoustique physique.

résumé :

Après la détermination de la vitesse du son par le calcul dans les Philosophiae naturalis Principia Mathematica*, la communauté savante est perplexe. La vitesse calculée est très inférieure aux mesures effectuées. Newton se serait-il trompé ? Personne, de son vivant, n'ose le prétendre. En 1727, le jeune Euler, âgé de 20 ans, propose une 'solution' dans la* Dissertatio physica de sono*. Au delà de la supercherie de son calcul, Euler a le mérite d'ouvrir une controverse fameuse qui traverse le Siècle des Lumières et qui trouvera sa réponse avec Laplace au début du XIXème siècle. Dans cet article, on expose les différentes thèses en présence avant l'Encyclopédie, celle de Newton, puis de Leonhardt Euler, de Jacob 's Gravesande, de Jean II Bernoulli, et de Jean d'Alembert.*

Je tiens à remercier Robert Muller, professeur de Lettres Classiques à l'Université de Nantes pour l'aide qu'il m'a apporté lors de la traduction de la *Dissertatio physica de sono* d'Euler.

table :

Les mesures de la vitesse du son au XVIIème siècle

On avait bien remarqué, de l'Antiquité au Moyen Âge, que lorsque le bûcheron frappait de sa hache, le bruit du choc parvenait après le mouvement du bras. Pourtant ce phénomène ne suscitait pas vraiment d'interrogation chez les savants. La physique des sons[1] ne faisait pas partie des connaissances enseignées et, lorsqu'on abordait le sujet à l'occasion de l'étude de l'audition parmi les cinq sens, on expliquait le retard par une moindre sensibilité de l'ouïe sur la vue. Les philosophes scolastiques n'admettaient pas – ils l'avaient lu dans Aristote, disaient-ils – que le son puisse prendre du temps.

Par ailleurs, si le son a une vitesse, c'est qu'il est un transport de matière, et cette conception évoquait un peu trop l'atomisme banni par l'Eglise à cause de son vide nécessaire et de son refus de la transsubstantiation.

A la Renaissance, avec les nouvelles armes à feu, il a bien fallu admettre que le son prenait du temps et que ce temps était d'autant plus long que la source sonore était éloignée. Francis Bacon, au début du XVIIème siècle, observe que plus le son est intense, plus il dure longtemps. Ceci l'amène à proposer que le son ne se propage pas instantanément. Il énonce que le son est un mouvement et donc qu'il est doté d'une vitesse. Le philosophe suggère alors d'effectuer une expérience pour mesurer la vitesse du son. Dans un texte de 1608 retrouvé bien plus tard, on trouve une description de l'expérience[2]:

> De nuit, un homme se tient dans un clocher, un autre homme dans la plaine, à une distance connue, d'un mille par exemple. On allume un flambeau dont on cache la lumière par un rideau. Le sonneur lève le rideau à l'instant où il percute la cloche. L'observateur distant décompte alors le temps écoulé entre l'apparition du flambeau et la perception du son.

---

[1] Le terme 'acoustique', introduit en anglais et en allemand à la fin du XVIIème siècle, est popularisé en France par Joseph Sauveur (1700). Jusqu'en 1800 (*Traité d'Acoustique* de Chladni), il désigne la partie musicale de cette science qui concerne les intervalles, les gammes et les consonances. Pour éviter une confusion anachronique, j'emploie de préférence 'physique des sons' lorsqu'il s'agit de propagation ou de production des vibrations sonores. De même, je préfère employer 'hauteur de son' à 'fréquence' qui ne fait pas encore partie du vocabulaire de la physique comme grandeur.

[2] Francis Bacon, *Historia soni et auditus*, posth. env. 1608, in *The works of Francis Bacon*, ed. Spedding, 1859, t. 3, p. 677 (traduction personnelle). Repris dans *Sylva Sylvarum*, Londres, posth., 1627, in *The works …*, Ed. Spedding, Londres, 1859, t. 2, p. 325-680. *Sylva Sylvarum* est une 'Histoire naturelle', divisée en 10 centuries (chapitres). Les centuries II et III sont entièrement consacrés à l'étude des sons, musicaux ou non.

Cette expérience n'a semble-t-il pas été réalisée, Francis Bacon n'en fait pas le récit et ne donne pas de résultat.

Les échos de Mersenne (1628-1644)

Une vingtaine d'années plus tard, le religieux minime Marin Mersenne demande à un capitaine de ses amis occupé au siège de La Rochelle (1628), de mesurer le temps qui s'écoule entre l'éclair du coup de canon et sa perception auditive à distance. L'idée est bonne, elle sera pratiquée jusqu'à la fin du XIXème siècle, mais les résultats obtenus sont très imprécis. Alors Mersenne procède à de nombreuses mesures en utilisant l'écho. En mesurant la distance qui le sépare de la surface réfléchissante, et en se servant de son pouls, Mersenne détermine la vitesse. La méthode est délicate, approximative, mais il obtient des résultats, malheureusement contradictoires. Mersenne revient à plusieurs reprises sur ce sujet qui le passionne dans l'*Harmonie Universelle*, publiée en 1636 et dont l'écriture a pris dix ans, un volumineux ouvrage qui traite de tous les aspects du son, physiques et musicaux. En 1644, Mersenne affirme de façon définitive et inexacte que le son se propage à la vitesse de 230 toises par seconde (448 m/s), ce qui représente quand même une erreur de 50%.

La légende de la première mesure de la vitesse du son par Gassendi (1650)

Ami de Mersenne, Pierre Gassendi, entre 1633 et 1640, s'intéresse – très peu, car c'est avant tout un astronome à cette époque – à la physique des sons[3]. Il est probable que son intérêt passager pour le son soit lié à ses rencontres avec Isaac Beeckman en Hollande vers 1631, et avec Mersenne entre 1630 et 1635 alors en pleine rédaction de son *Harmonie Universelle*.

On fait souvent de Gassendi le premier savant à avoir mesuré la vitesse du son. C'est inexact. Gassendi n'a pas expérimenté sur le son, en tout cas il n'en parle pas, mais il a sans doute assisté à quelques expériences de Mersenne. L'erreur historique sur le prétendu rôle de Gassendi dans la mesure de la vitesse du son provient d'un malentendu dû à la traduction de François Bernier à laquelle se sont référés de nombreux commentateurs non latinistes. En effet, Pierre Gassendi n'a écrit qu'en latin et l'essentiel de son ouvrage de physique a été traduit par un disciple, François Bernier, dans un *Abrégé de la philosophie de Gassendi* dont la première édition

[3] Contrairement à ce qu'on lit souvent, Gassendi s'est très peu préoccupé d'acoustique. Son manuel de musique (*Manuductio*…écrit probablement vers 1635, mais paru tardivement, en 1655, année de sa disparition) est un traité de mathématisation de l'harmonie. Outre une lettre de 1640 à Licetti où Gassendi parle de l'analogie entre son et lumière, on a un chapitre des *Animadversiones*…(1649) écrit également vers 1635, et repris dans la *Physica* (Gassendi, *Opera omnia*, Paris, 1658, t I, *Physicae sectio I liber VI caput X, de sono*, p. 414 et suiv.).

paraît en 1674. Dans la seconde édition, de 1684, Bernier a remplacé un extrait de la *Physica*, où Gassendi rend hommage aux expériences de Mersenne, par un passage écrit à la première personne, induisant ainsi une affirmation de Gassendi alors que c'est Bernier lui-même qui parle[4]. Ce paragraphe fait d'ailleurs référence aux expériences parisiennes de mesure de la vitesse du son pratiquées en 1677 entre la Place de Grève et l'Observatoire qui a été construit une vingtaine d'année après la mort de Gassendi.

Une seconde erreur concerne la valeur de la vitesse : 1473 pieds ou 245 toises, soit 479 m/s. Cette erreur provient de Musschenbroek qui, en 1734, cite cette mesure dite 'de Gassendi' dans un ouvrage populaire et lu jusqu'au XIXème siècle, l'*Essai de Physique*[5]. Cette mesure est recopiée et exprimée en pieds anglais, mais certains historiens de la physique, comme Poggendorff au XIXème siècle, l'ont comprise en pieds de Paris[6].

De même, on dit que Gassendi a énoncé une hypothèse qui s'est révélée fructueuse par la suite, mais c'est encore à Mersenne qu'on la doit. Il s'agit de la constance de la vitesse du son pendant son parcours, et de son indépendance vis à vis de la hauteur et de l'intensité du son[7]. Mersenne en parle dès la fin 1635, dans une lettre à Gassendi où il affirme, à la suite de ses expériences sur l'écho, que la vitesse du son est constante. Il développe cette hypothèse dans l'*Harmonie Universelle*[8].

La constance de la vitesse est vigoureusement contestée par un érudit jésuite qui s'est beaucoup intéressé aux sons, Athanase Kircher. Reprenant l'image d'Aristote dans le *Traité de l'âme*, Kircher affirme que, comme une balle lancée, le son n'a pas la même vitesse selon qu'il est fort ou faible, et, comme à son habitude, il prétend en avoir fait l'expérience : «*semper diversam soni celeritatem invenimus.*» [Nous

---

[4] François Bernier, *Abrégé de la philosophie de Gassendi*, Anisson, Lyon, 1684, T. III, liv. I, chap. 12, p.196. Au sujet de cette erreur historique, voir : François Baskevitch, *Les représentations de la propagation du son, d'Aristote à l'Encyclopédie*, thèse de doctorat en Histoire des Sciences et des Techniques, Université de Nantes, octobre 2008, p 248-249 et 317-321. .

[5] P. van Musscehnbroek, *Essai de physique*, 1734, 1751, t 2, p. 698. Cette mesure provient de l'anglais Derham qui l'attribue à Mersenne (*Phil. Trans.* 247, 1708).

[6] Poggendorff, *Histoire de la physique,* 1883, p. 483. Le pied de Paris est égal à 0,3248m, celui de Londres à 0,3043m. La valeur donnée par Musschenbroek est celle de Mersenne, 230 toises par seconde, soit 448 m/s, ce qui est malgré tout très supérieur à la valeur réelle (env. 340 m/s).

[7] Pierre Gassendi, *Animadversiones in libri X Diogenii Laertii'*, Anisson, Lyon, 1649, p. 279-280.

[8] Marin Mersenne, lettre à Gassendi, fin 1635, in Gassendi, *Opera omnia*, t 6, p. 430, et *Harmonie Universelle*, livre III, p. 214.

trouvons la vitesse du son toujours différente][9]. De nombreuses observations avaient pourtant définitivement enterré cette thèse à l'époque de la rédaction de l'ouvrage, dans la seconde moitié du XVIIème siècle.

En 1669, dans la propriété de la famille Perrault à Viry, Christiaan Huygens fait une expérience de mesure par un écho produit sur un escalier, et au moyen d'un pendule précis. Sa mesure est de 1076 pieds par seconde, soit 349m/s. La méthode de mesure par l'écho est peu à peu remplacée par celle du canon[10].

Les savants Florentins, la Royal Society et l'Académie Royale des Sciences (1656-1700)

La première expérience rigoureuse de mesure de la vitesse du son a été réalisée par les savants florentins de l'*Academia del Cimento*, parmi lesquels Viviani et Borelli, entre 1656 et 1659[11]. Le résultat est très correct, soit 177 toises parisiennes ou 345 m/seconde, ce qui est très proche de la mesure exacte (344 m/s à 22°C, température fréquente à Florence).

En France, la jeune Académie Royale des Sciences décide de s'emparer de la question et, en 1677, mandate trois éminents savants, Roemer, Picard et Cassini, afin de procéder aux mesures avec une grande rigueur[12]. Le 23 juin, le canon est tiré de la grève, au bord de la Seine, et les observateurs se placent à Châtillon et à l'observatoire dont la construction venait d'être achevé. Leur mesure est de 182 5/6 toises, soit 1097 pieds de Paris, ou encore 356 m/s, ce qui est excessif (fin juin, avec 30°, on aurait 349 m/s[13]).

Une fois la vitesse du son mesurée, il convient de s'interroger sur ses variations possibles. Il est maintenant établi que la vitesse ne change pas entre le début et la fin du processus et qu'elle est indépendante de la hauteur et de l'intensité. Les Florentins pensent que le vent ne joue aucun rôle. Notons que la vitesse d'un vent de 100 km/h est égale à 28 m/s, et que la vitesse du son est environ de 340 m/s.

On connaît, à la fin du siècle, les propriétés de pesanteur, de densité et d'élasticité de l'air, donc, logiquement, on cherche les influences possibles des variations de ces paramètres sur la vitesse du son. Les données les plus significatives

---

[9] Athanase Kircher, *Phonurgia nova…*, Kempten, 1673, lib. I, sect. I, p. 16.

[10] Christiaan Huygens, *Oeuvres complètes* : notes manuscrites sur le son, tome XIX, p 372.

[11] On trouve le compte rendu détaillé de l'expérience dans les *Saggi di naturali esperienze* rédigés par Magalotti, Accademia del cimento, Florence, 1666, p.244.

[12] *Procès-verbaux de l'Académie Royale des Sciences* (26 juin 1677).

[13] Après vérification de la distance, on trouve une erreur d'une cinquantaine de mètres, ce qui donne une vitesse de 348m/s (179 toises par sec.), valeur correcte pour fin juin.

à cet égard sont relatées par Derham et publiées dans les *Philosophical Transactions*[14]. Il s'agit d'une synthèse des travaux effectués en Angleterre, autour de la Royal Society entre 1665 et 1700, mais également en Italie (1659) et en France (1677), sur la mesure de la vitesse du son et de ses variations. L'article commence par un petit tableau historique. Derham expose les mesures qui se répartissent entre 1142 (Flamstead, 348 m/s) et 1474 (Mersenne, 448 m/s) pieds anglais. Il détaille les conditions de mesure et tente de discerner ce qui peut provenir de causes externes et ce qui provient de maladresses de manipulations. La tendance, à cette époque, est de considérer que la vitesse du son est constante et indépendante des conditions atmosphériques (pression, humidité, mais aussi température), toutefois Derham affirme que le vent a une influence non négligeable et que les directions de propagation ne jouent pas de rôle. Quant à ses propres mesures, elles sont de 1142 pieds anglais par seconde (348 m/s)[15].

L'Académie Royale des Sciences de Paris souhaite renouveler l'expérience de mesure de 1677. En mars 1738, une équipe de savants, Cassini de Thury, l'abbé la Caille et Maraldi, établissent la vitesse à 1038 pieds de Paris (337m/s)[16]. Ils utilisent la méthode du canon entre quatre points élevés de la région parisienne (Montmartre, l'Observatoire, Montlhéry et Dammartin). La vitesse du son est constante : la somme des durées sur des distances partielles est égale à la durée de la distance totale, et elle est indépendante de la fréquence et de l'intensité. Elle est la même par tous les temps, le jour ou la nuit. Le vent fait varier faiblement la vitesse, et les variations de la hauteur mesurée du baromètre n'ont pas d'influence. Les savants ne relèvent pas l'influence éventuelle de la température. Il est curieux que ces savants généralement très attentifs aux conditions des expériences, n'aient pas jugé bon de la reproduire en période de temps chaud. Ils notent que la température, nous sommes en mars, était toujours entre 4° et 6°, sans indiquer l'échelle, sans doute celle de Réaumur (0°-80° pour 0°-100° Celsius), ce qui donne une température entre 5°C et 7,5°C. La mesure de 1038 pieds/s est très correcte (337m/s pour 335m/s à 6°C).

Newton et la détermination de la vitesse du son par le calcul : **Principia** *(1687)*

Newton s'est peu intéressé à la physique des sons. Quelques pages des *Philosophiae naturalis principia mathematica* y sont consacrées, dans un style un peu

[14] William Derham, 'Experimenta et observationes de soni motu', in *Phil. Trans*. février 1708.

[15] William Derham, *Physico-Theology*, 1713, ed. Robinson and Robert, Londres, 1763, p. 133.

[16] *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 1738, p.128-142.

obscur si on ne maîtrise pas les pré-requis exigés et le style newtonien. Voici ce qu'en dit d'Alembert, à l'article 'Son' de l'Encyclopédie :

> [...] Le célèbre M. Newton a donné à la fin du *second livre de ses Principes*, une théorie très ingénieuse et très savante des vibrations de l'air, et par conséquent de la vitesse du *son*. Sa théorie est trop compliquée et trop géométrique pour être rendue ici ; nous nous contenterons de dire qu'il trouve la vitesse du *son* par son calcul, à peu près la même que l'expérience la donne. Cet endroit des Principes de M. Newton, est peut-être le plus difficile et le plus obscur de tout l'ouvrage.

Difficiles et obscures, sans doute, ces pages sont essentielles dans l'histoire de la physique du son, elles sont fondatrices de la notion de propagation des ondes. Avec Newton, on assiste à une rupture avec le paradigme antérieur de la représentation du phénomène sonore. Il s'agit ici d'entreprendre une démarche physico-mathématique, démarche qui s'est poursuivie au cours du XVIIIème siècle, notamment avec la détermination de l'équation d'ondes grâce aux travaux de d'Alembert, de Daniel Bernoulli, de Lagrange, et bien entendu d'Euler à partir de 1750.

Le mouvement alternatif d'un fluide dans un tube en U

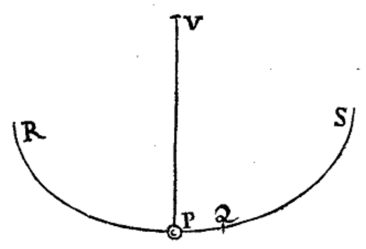
Newton, dans la section VIII du livre II des *Principia*, entreprend d'établir les lois de propagation du mouvement dans les fluides en général[17]. Il étudie le mouvement alternatif de l'eau dans un tube en U et démontre que les cycles de montée et de descente de l'eau ont la même durée que les oscillations d'un pendule dont il détermine ici la longueur[18] :

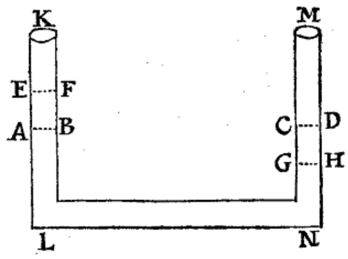
> Si de l'eau descend et monte alternativement dans les branches d'un [tube en U], et qu'on ait un pendule dont la longueur entre le point de suspension et le centre d'oscillation soit égal à la moitié de la longueur de la colonne d'eau qui est dans le [tube], je dis que l'eau montera et descendra dans ce [tube] dans les mêmes temps que les oscillations du pendule.

---

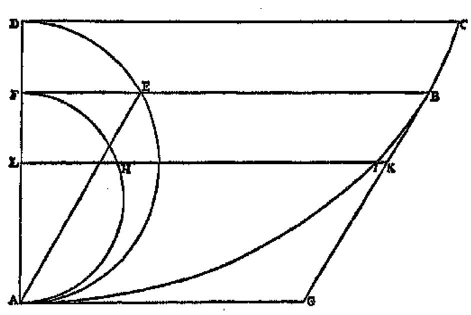
[17] Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres, 1687, Lib. II, Sect. VIII, p. 354-372. Traduction en français de Mme du Châtelet, Paris, 1759, t 1, liv. II, sect. VIII, Prop. XLI - L, p. 394-412.

[18] *Idem*, Prop. XLIV.





Le pendule utilisé par Newton est cycloïdal, c'est à dire que la courbe décrite par le centre d'oscillation n'est pas un arc de cercle, comme dans le pendule ancien, mais d'une cycloïde qui a la particularité d'être 'tautochrone' : les temps de descente sont égaux, quels que soient les points de départ sur la courbe. Ce type de pendule a été calculé et inventé par Christiaan Huygens et décrit dans l'*Horologium oscillatorium*. en 1673[19] :



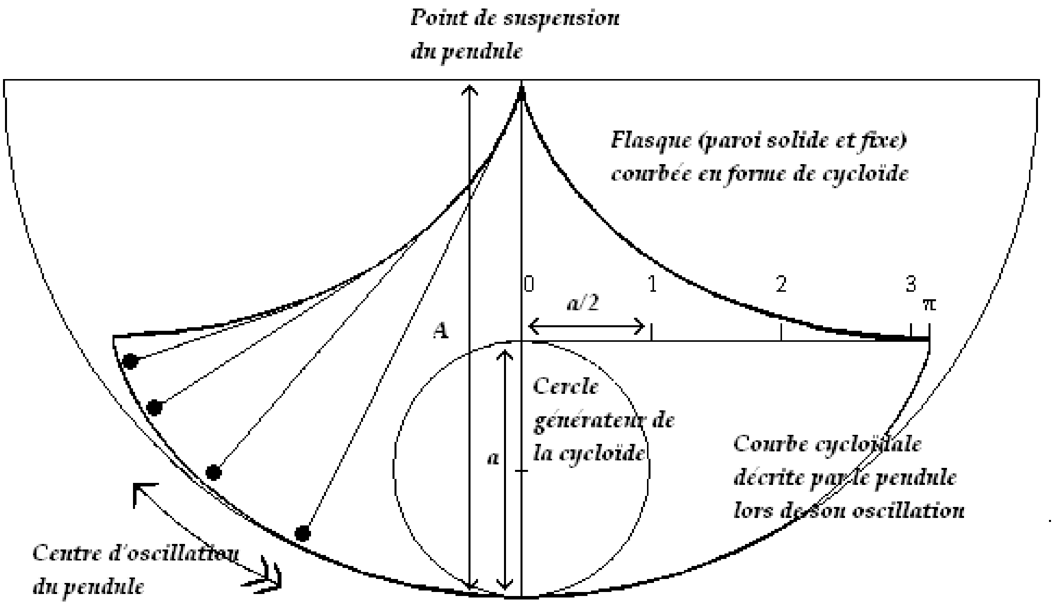
> Dans une cycloïde à axe vertical dont le sommet se trouve en bas, les temps de descente dans lesquels un mobile, partant du repos d'un point quelconque de la courbe, atteint le point le plus bas, sont égaux entre eux, et ont au temps de la chute verticale le long de l'axe entier de la cycloïde une raison égale à celle de la demi-circonférence d'un cercle à son diamètre.

Le pendule cycloïdal de Huygens au service de Newton

Le rapport de la demi-circonférence au diamètre d'un cercle est égal à la moitié de 22/7 (on ne disait pas encore π), soit 11/7. Donc le rapport du temps de descente d'un point quelconque de l'arc de cycloïde au temps de chute verticale sur l'axe entier est de 11/7.

---

[19] Christiaan Huygens, *Horologium oscillatorium*, 1673, in *Œuvres complètes*, Nijhoff, La Haye, 1934, t XVIII. Huygens établit que la courbe tautochrone (celle qui permet au pendule de faire une oscillation de même durée, quelle que soit la hauteur de départ) est la cycloïde, et que le mouvement accéléré d'un corps descendant une cycloïde est de même durée qu'un mouvement à vitesse constante le long du demi-cercle générateur de la cycloïde.



Si on prend : A = longueur du pendule et a qui est la longueur de l'axe entier de la cycloïde (avec $a = A/2$), on peut déterminer le temps τ de chute sur l'axe entier a à partir de la formule de la chute des corps : $a = \frac{g\tau^2}{2}$, ce temps est alors exprimé comme ceci : $\tau = \sqrt{\frac{2a}{g}}$, la constante g étant l'accélération de la gravitation considérée ici comme non significative.

Puisque le temps de descente le long l'un quart de cycloïde est 'en raison égale à celle de la demi-circonférence d'un cercle à son diamètre', alors il est égal à : $t = \frac{11}{7} \times \sqrt{\frac{2a}{g}}$. En fonction de la longueur du pendule ($A = 2a$), et pour une période complète (4×11/7), on aura : $t = 2 \times \frac{22}{7} \times \sqrt{\frac{A}{g}}$, ou, de façon moderne, $t = 2\pi\sqrt{\frac{A}{g}}$, formule de calcul de la période d'un pendule pesant simple, avec la longueur du pendule notée A, et g étant la constante d'accélération de la gravité.

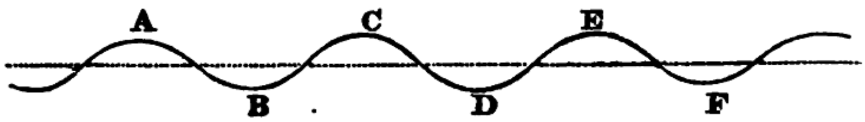
Ondes, pulsions et 'largeur' d'onde

Newton parle d'onde dans le sens premier qui est une vague à la surface de l'eau. Pour le terme plus général – qui correspond à nos ondes d'aujourd'hui –, Newton emploie le mot 'pulsion'.

Newton cherche à présent à déterminer la vitesse de propagation de ces ondes. La proposition XLVI a pour titre : « trouver la vitesse des ondes » :

> Il faut prendre un pendule dont la longueur entre le point de suspension et le centre d'oscillation soit égale à la largeur [comprendre 'longueur'] des ondes : et dans le même temps dans lequel le pendule achèvera chaque oscillation, les ondes parcourrons en avançant un espace presque égal à leur largeur. J'appelle largeur des ondes, l'espace transversal qui est entre leur moindre et leur plus grande élévation.

La largeur d'onde de newton correspond donc à notre 'longueur d'onde' divisée par deux. Pour trouver la vitesse des ondes, il faut donc déterminer la longueur d'un pendule dont on pourra calculer la durée d'oscillation, et donc en déduire la vitesse par seconde. Dans l'édition de 1726, une figure est ajoutée, sans doute pour éclairer le propos – un peu confus, il faut bien le dire – qui va suivre :



Toutefois, il ne faut pas se méprendre, l'axe horizontal n'est pas l'axe du temps, comme dans la représentation moderne d'une onde, mais la surface de l'eau perturbée par un train de vagues. On est encore dans la représentation géométrique du phénomène des vagues, ou plutôt des ondes comme on le disait à cette époque.

Auparavant, Newton avait établi que les pulsions se déplacent de façon circulaire dans le cas des fluides non compressibles, et en lignes droites dans toutes les directions dans le cas d'un fluide compressible. Outre cette différence topologique, les lois des longueurs d'ondes (largeurs pour newton) et des vitesses de propagation devraient être les mêmes pour les fluides incompressibles comme l'eau, et compressibles comme l'air, et c'est à la démonstration de ce principe que Newton s'attache à présent.

La vitesse des pulsions dans un fluide élastique

Après avoir étudié le mouvement des pulsions dans un fluide non compressible, comme l'eau, Newton aborde la propagation des pulsions dans un milieu élastique, on comprend qu'il s'agit de la propagation du son, mais Newton ne le précise pas.

En partant des conclusions de Mariotte et de Boyle sur la compressibilité des gaz, Newton aborde le son comme une succession de pulsions constituées de compressions et de détentes des parties qui composent l'air élastique. Il démontre que les pulsions se propagent à la même vitesse, quelles que soient leurs caractéristiques : « Dans les milieux dont la force élastique et la densité sont les mêmes, toutes les pulsions ont la même vitesse ». Cette loi de l'indépendance de la vitesse du son vis à vis notamment de la fréquence et de l'intensité avait été établie auparavant, on l'a vu, de façon expérimentale, par Mersenne.

Newton énonce alors la relation entre la vitesse de propagation de la pulsion d'une part, et la force élastique et la densité de l'air d'autre part[20] :

> Les vitesses des pulsions qui se propagent dans un milieu élastique sont en raison composée de la raison sous-doublée de la force élastique directement, et de la raison sous-doublée de la densité inversement [...]

Autrement dit, la vitesse des pulsions est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité et inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité. Ou encore, en corrélant l'élasticité à la pression P et ϱ étant la masse volumique du milieu homogène analogue à la densité, on a, en notation moderne: $v = k\sqrt{\frac{P}{\rho}}$. Comme la densité du milieu homogène est supposée constante, la vitesse du son est proportionnelle à la racine carrée de l'élasticité, donc de la pression. Notons que cette relation constitue toujours la base de celle qui est utilisée de nos jours pour définir la vitesse du son.

La mathématisation de la propagation des pulsions

La proposition suivante est au cœur de la théorie newtonienne de la propagation du son qui sert de base à l'acoustique moderne ; elle a pour titre :

> [...] Des pulsions étant propagées dans un fluide, chacune des particules de ce fluide, qui vont et qui viennent par un mouvement réciproque très prompt, sont toujours accélérées et retardées suivant les lois des oscillations des pendules.

Suite à l'inversion des propositions XLVII et XLVIII à partir des éditions de 1714, il aurait été plus clair de préciser 'dans un fluide élastique'[21].

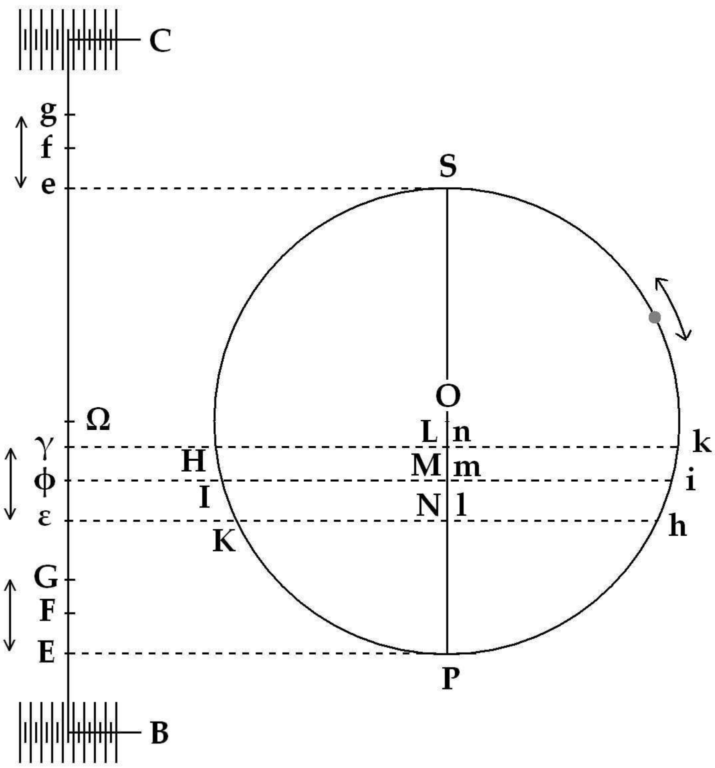
---

[20]*Principia*, 1687, Prop. XLVII, (XLVIII à partir de l'édition de 1714, p. 406 de la traduction de Mme du Châtelet).

[21] La compréhension de l'enchaînement est rendue difficile par l'inversion de deux propositions (XLVII et XLVIII) à partir de l'édition de 1714, et donc dans la traduction française de la Marquise du Châtelet de 1759 qui se fonde sur l'édition la plus récente et la plus répandue des *Principia*, celle de 1726. En effet, dans la première édition, de 1687, Newton commence la proposition XLVII par « Pulsum *in fluido elastico* propagatorum velocitates, etc » (Les vitesses des pulsions qui se propagent *dans un milieu élastique*, etc). Nous savons donc que Newton va parler des fluides élastiques, et donc de la propagation du son dans l'air. La proposition suivante (XLVIII) comprend la démonstration complexe du mouvement des pulsions. On suppose qu'il s'agit également des fluides élastiques,

Dans une longue démonstration, Newton cherche à définir la loi de variation de l'amplitude en fonction du temps. Il est important de préciser que la représentation graphique, banale de nos jours, d'une variation d'un phénomène quelconque en fonction du temps, n'existe pas avant Newton ; nous sommes en pleine élaboration de la mathématisation d'un phénomène physique.

Pour cette représentation, Newton a recours à deux figures. L'une est une droite ABCDE, espace sur lequel se déplacent les parties fluides en un mouvement de va-et-vient, par exemple entre B et C. Ce mouvement constitue une pulsion. L'autre figure est une abstraction : il s'agit d'un cercle dont la circonférence est parcourue par un objet virtuel à vitesse constante et dont un tour représente la durée d'une pulsion. Le diamètre de ce cercle est alors considéré comme l'image du déplacement de va-et-vient et aux points sur ce diamètre correspondent les points sur le segment de droite[22].



puisqu'il en traite à la proposition précédente, mais Newton ne le précise pas. En inversant les propositions XLVII et XLVIII, on est conduit à penser que cette démonstration concerne les pulsions en général, puisque les propositions précédentes concernent les milieux fluides non compressibles. La proposition XLVII concerne donc bien les fluides *élastiques*, même si cela n'est pas précisé.

[22] *Id.*, Prop. XLVIII, 1687 (XLVII à partir de l'édition de 1714, p. 403-406 de la traduction de Mme du Châtelet).

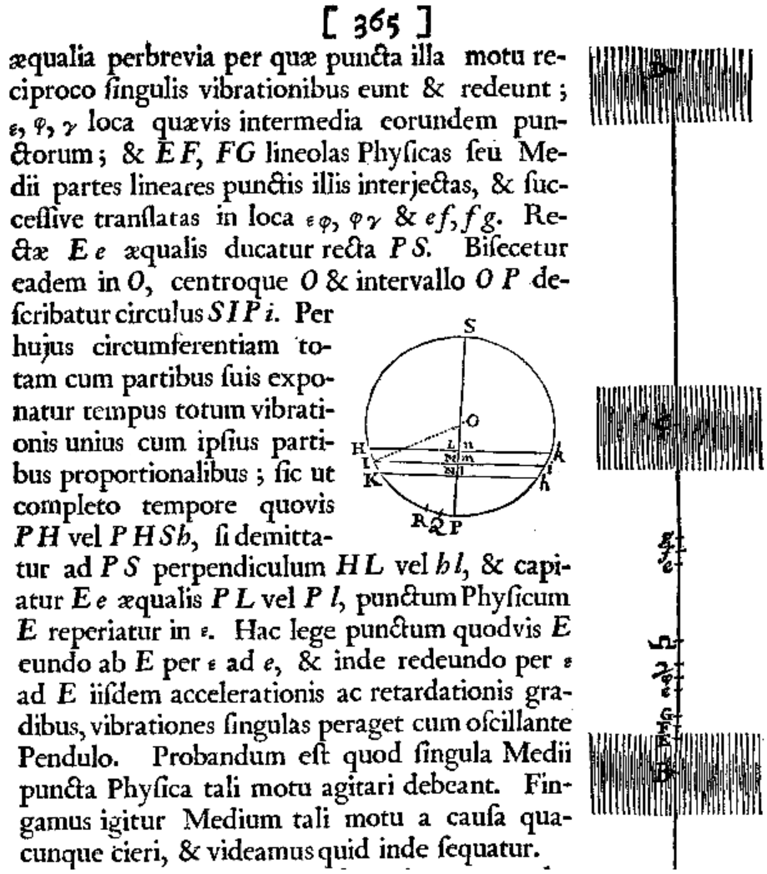
Newton considère, entre les zones B (un niveau bas) et C (un niveau haut), des points en mouvement E, F, G quelconques. Les segments E*e*, F*f*, G*g* sont « les espaces égaux très petits dans lesquels ces points vont et viennent à chaque vibration » ; ε, ϕ, γ sont « les lieux quelconques intermédiaires de ces mêmes points». Alors « EF et FG sont des petites lignes physiques ou les parties linéaires du milieu qui sont entre ces points et qui sont transportées successivement dans les lieux εϕ ετ ϕγ, puis *ef, fg* ».

En posant E*e* comme égal au diamètre du cercle PS, aux lieux ε, ϕ, γ correspondent les lieux N, M, L, eux mêmes projections des temps K, I, H sur le rayon OP. Les lieux ε, ϕ, γ, espaces de déplacement sur le segment BC qui représente l'excursion de la vibration totale, sont analogues à leurs 'images' N, M, L, sur le diamètre PS. Le mouvement alternatif s'effectue dans le même temps qu'un point sur le cercle animé d'un mouvement uniforme. Les points *l, m, n* et *h, i, k* correspondent aux points N, M, L, et K, I, H, lors du mouvement de retour de la pulsion. Newton cherche à établir la loi de variation du mouvement de ces lieux en fonction des temps.

La vitesse de propagation de la pulsion est déterminée par la distance parcourue par le mobile virtuel sur la circonférence du cercle de diamètre PS, pendant le temps d'une oscillation complète du pendule de longueur PS. Le diamètre PS représente l'espace dans lequel se déplacent les parties du fluide lors du mouvement alternatif dont la durée est celle d'une oscillation complète du pendule de longueur PS.

Après avoir décrit la fonction de déplacement alternatif des points E, F ou G, puis des petites lignes EF et FG par les lieux εϕ ετ ϕγ, Newton montre que les variations physiques d'élasticité, les compressions et les détentes, sont analogues à ces déplacements géométriques.

La démonstration est longue et complexe. Newton fait intervenir les forces d'élasticité et leurs variations qui – Newton cherche à l'établir – sont analogues aux mouvements des vagues qu'il vient d'étudier. Les fonctions du temps n'existaient pas encore et Newton, bien qu'inventeur du calcul infinitésimal ne disposait pas du calcul différentiel qu'on leur appliquera plus tard. C'est pourquoi Newton a recours à une modélisation au moyen du mouvement alternatif de trois points très proches, puis de trois 'petites lignes physiques'. Ce qui est remarquable ici, c'est d'abord la représentation analogique de la durée d'une période par la circonférence d'un cercle symbolisant le temps.



[365]

æqualia perbrevia per quæ puncta illa motu reciproco ſingulis vibrationibus eunt & redeunt; ε, φ, γ loca quævis intermedia eorundem punctorum; & *EF*, *FG* lineolas Phyſicas ſeu Medii partes lineares punctis illis interjectas, & ſucceſſive tranſlatas in loca εφ, φγ & *ef*, *fg*. Rectæ *Ee* æqualis ducatur recta *PS*. Biſecetur eadem in *O*, centroque *O* & intervallo *OP* deſcribatur circulus *SIPi*. Per hujus circumferentiam totam cum partibus ſuis exponatur tempus totum vibrationis unius cum ipſius partibus proportionalibus; ſic ut completo tempore quovis *PH* vel *PHSh*, ſi demittatur ad *PS* perpendiculum *HL* vel *hl*, & capiatur *Ee* æqualis *PL* vel *Pl*, punctum Phyſicum *E* reperiatur in ε. Hac lege punctum quodvis *E* eundo ab *E* per ε ad *e*, & inde redeundo per ε ad *E* iiſdem accelerationis ac retardationis gradibus, vibrationes ſingulas peraget cum oſcillante Pendulo. Probandum eſt quod ſingula Medii puncta Phyſica tali motu agitari debeant. Fingamus igitur Medium tali motu a cauſa quacunque cieri, & videamus quid inde ſequatur.

La démonstration de Newton concernant les mouvements alternatifs des pulsions qui se font selon les lois des temps d'oscillation d'un pendule. Il s'agit de la première édition des Principia *(1687).*

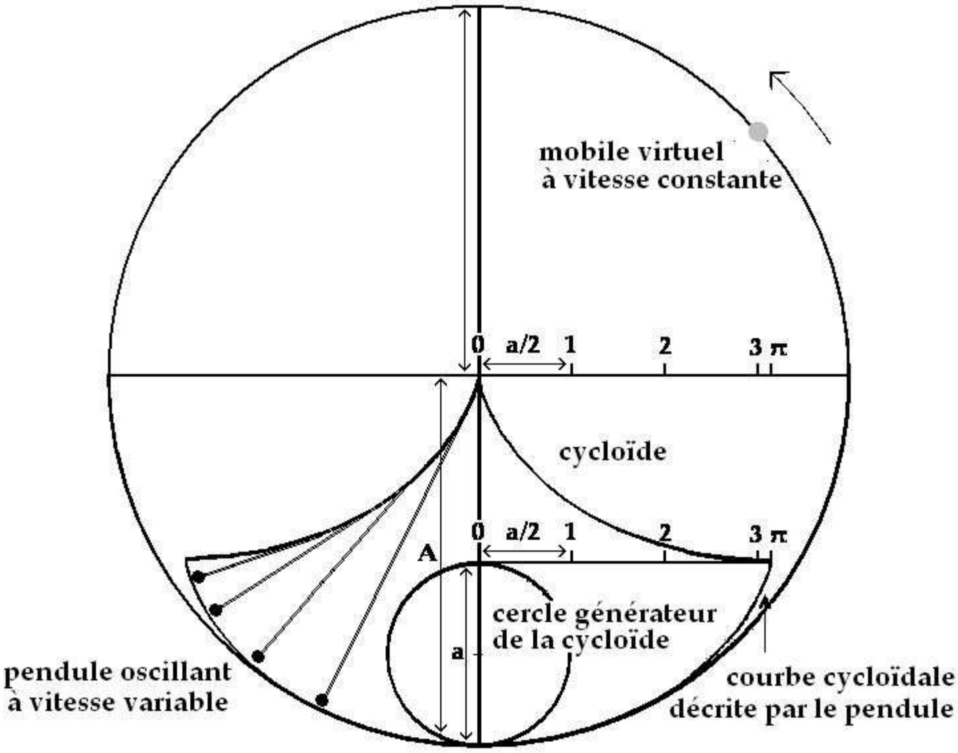
La méthode de calcul de la vitesse du son dans l'air

Newton, on l'a vu, énonce que, à densité constante, la vitesse du son est proportionnelle à la racine carrée de la force élastique. Montrant alors que cette force élastique subie par la partie d'air en vibration est égale au poids de l'air comprimant, il dit[23] :

> Supposons que le milieu soit comprimé comme notre air par un poids qui incombe dessus ; et que *A* soit la hauteur du milieu homogène dont le poids est égal au poids incombant, et dont la densité soit la même que celle du milieu comprimé dans lequel les pulsions sont propagées.

[23] *Id.*, Prop. XLIX, p 407 et suiv.

Avec ce préambule, Newton déclare que l'élasticité exercée lors de la pulsion, peut s'exprimer en fonction de la hauteur de l'air, donc en pieds (anglais), ce qui a l'avantage d'être une grandeur sinon mesurable, du moins calculable : mesurant la hauteur du mercure dans le baromètre, et connaissant le rapport des densités du mercure et de l'air, on en déduit la hauteur de la colonne d'air pesant.



Le mouvement vibratoire qui constitue la variation de pression est analogue aux oscillations d'un pendule évoluant selon une cycloïde (pendule de Huygens). Suivant les conclusions de Huygens, Newton met en relation le mouvement *à vitesse variable* de l'oscillation complète d'un pendule, et le mouvement d'un mobile virtuel en déplacement *à vitesse constante* sur la circonférence d'un cercle dont le rayon est égal à la longueur du pendule :

> Qu'on suppose un pendule, dont la longueur entre le point de suspension et le centre d'oscillation soit *A* ; dans le temps que ce pendule emploiera à faire une oscillation entière composée de l'allée et du retour, la pulsion en avançant parcourra un espace égal à la circonférence du cercle dont le rayon est *A*.

Pour établir la vitesse de propagation de la pulsion, il faut déterminer la distance parcourue par un mobile sur la circonférence d'un cercle dont le rayon est la longueur de ce pendule. Comme Newton établit que la distance du point de suspension au centre d'oscillation du pendule est égale à la hauteur d'air comprimant *A*, et que la vitesse du son est proportionnelle à la racine carrée de *A*, on peut déterminer la vitesse à partir de la durée d'oscillation. Cette période du pendule de longueur A est égale, on l'a vu, à : $t = 2 \times \frac{22}{7} \times \sqrt{\frac{A}{g}}$. Nous avons maintenant une expression de la durée pendant laquelle la pulsion effectue son mouvement, en fonction de la longueur du pendule. Il suffit de mettre en relation cette durée avec la seconde qui correspond à une longueur de pendule connue, et on obtiendra la distance recherchée qui détermine la vitesse.

Application numérique et détermination de la vitesse du son

Newton procède à l'application numérique. Il détermine la longueur A du pendule virtuel, en partant de la hauteur de l'air qui comprime l'air concernant la pulsion sonore[24] :

> Les poids spécifiques de l'eau de pluie et du vif argent sont l'un à l'autre comme 1 à 13 2/3 environ, et lorsque le mercure est à la hauteur de 30 pouces anglais dans le baromètre, les poids spécifiques de l'air et de l'eau de pluie sont alors l'un à l'autre comme 1 à 870 environ : donc les poids spécifiques de l'air et du vif argent sont entre eux comme 1 à 11 890 ; donc la hauteur du vif argent étant de 30 pouces dans le baromètre, la hauteur de l'air uniforme dont le poids peut comprimer notre air d'ici-bas, sera de 356 700 pouces, ou de 29 725 pieds anglais.

Puis Newton calcule la circonférence du cercle, qui représente le parcours de la pulsion pendant une oscillation complète, et ensuite la durée de cette oscillation complète du pendule. Cette distance parcourue par ce temps, ramenés à la seconde, détermine la vitesse[25] :

> La circonférence du cercle dont le rayon est de 29 725 pieds en a 186 768 ; et comme on sait qu'un pendule de 39 1/5 pouces fait une oscillation composée de son allée et de son retour en deux secondes, un pendule qui aurait 29 725 pieds ou 356 700 pouces devrait faire une semblable oscillation en 190 ¼ secondes ; donc pendant ce temps, le son parcourra 186 768 pieds, et 979 pieds en une seconde

Et voilà, sur une demi-page, Newton a calculé la vitesse du son. Ces quelques lignes de démonstration méritent bien un développement en notation moderne.

---

[24] *Id.*, Prop. L, p. 410-411. Newton considère, toutefois sans le dire, que le centre d'oscillation du pendule est au centre de gravité de la masse suspendue.

[25] *Id.*, Prop. L, p. 410-411.

On cherche d, distance parcourue par une 'pulsion de son' en une seconde. On sait qu'un pendule de longueur 39,2 pouces (= 3,27 pieds) effectue une oscillation complète en 2 secondes, donc dans ce temps, la distance parcourue par la pulsion est de $2d$. D'autre part, la circonférence du cercle parcourue par un mobile virtuel dans le temps de l'oscillation complète d'un pendule de longueur A est de $2\pi A$. Il suffit d'égaliser les rapports exprimant les distances sur les temps, et d'en tirer d en fonction de A :

$$\frac{2\pi A}{2\pi\sqrt{\frac{A}{g}}} = \frac{2d}{2\pi\sqrt{\frac{3{,}27}{g}}}\text{, d'où } \frac{2\pi A}{\sqrt{A}} = \frac{2d}{\sqrt{3{,}27}}\text{, et donc : } d = \pi \times \sqrt{A \times 3{,}27}$$

Cette distance d parcourue en une seconde exprime la vitesse du son :

$v = \pi \times \sqrt{29725 \times 3{,}27}$, soit, $v = 979$ pieds/seconde.

Avec un pied anglais égal à 0,3043 m, on obtient 298m/s, valeur qui est à mettre en rapport avec la vitesse généralement admise de 340m/s.

Ce résultat contredit les nombreuses expériences pratiquées auparavant, à Florence et à Paris, qui donnaient environ 1080 pieds parisiens (180 toises), ou 1155 pieds anglais. L'erreur est d'environ 20 %.

La distorsion du résultat avec les mesures observées

Newton se rend bien compte de la distorsion entre son calcul et les résultats de l'expérience. Alors il fait intervenir 'l'épaisseur des particules solides de l'air', selon lui d'environ un neuvième de l'espace les séparant, ce qui viendrait diminuer la distance à parcourir par la pulsion, et donc accroître d'autant la vitesse. Puis Newton invoque les 'vapeurs cachées dans l'air' qui feraient obstacle à la propagation, ce qui est vrai mais pratiquement insignifiant. A son crédit, Newton écrit avec raison que la température ambiante modifie l'élasticité et donc la vitesse de propagation.

On connaît de nos jours, la cause de cette distorsion. L'explication en est donnée en 1816 par Pierre-Simon Laplace. Les rapides variations de pression sont dites adiabatiques (sans échange de chaleur). On doit alors introduire un coefficient correcteur, en général noté $\sqrt{\gamma}$, dont la valeur, déterminée empiriquement, est d'environ 1,1832 pour l'air.

Le résultat de Newton, corrigé par ce rapport $\sqrt{\gamma}$, devient alors 1158 pieds anglais, soit 1085 pieds de Paris. On obtient 352 m/s, ce qui correspond malgré tout à une température ambiante de 34°C, mais c'est cohérent avec la valeur 870, très excessive, choisi par Newton pour le rapport des poids spécifiques du mercure et de l'air. Il est possible de soupçonner Newton de manipulation des données. En effet, comme le mathématicien veut se rapprocher des mesures, le résultat des calculs doit être majoré. Alors il triche un peu sur la détermination de ce rapport. Dans la première édition de 1687, Newton prend un rapport de 850, ce qui est déjà beaucoup puisque cela correspond à une température ambiante de 27°C. Mais en prenant 870, comme indiqué dans l'édition de 1726, la plus lue, on a une température de 34°C, ce qui n'est pas si fréquent à Londres… Si on prenait une température de 20°, on aurait une vitesse de 957 pieds anglais par seconde (291 m/s), et 916 à 13°, ce qui est plus conforme à la réalité, soit environ 279 m/s au lieu de 339 m/s. On est loin des 298 m/s de Newton…

Le son dans les **Physices Elementa Mathematica** *de Jacob 's Gravesande (1721)*

Ce physicien expérimentateur hollandais a publié un traité de physique newtonienne en 1721 qui est réédité à de nombreuses reprises, et traduit en français par Joncourt en 1746[26]. Jacob 's Gravesande reprend les démonstrations de Newton en les rendant plus claires. Le long chapitre sur le son expose remarquablement le mécanisme de propagation du processus de compressions – dilatations. Lorsqu'il aborde la question de la vitesse du son, il refuse le débat en se fondant sur la position newtonienne : puisque les dimensions des particules et des interstices nous sont inconnues, on ne peut pas déterminer la vitesse du son par calcul. Ceci ne le gêne en rien, expérimentateur avant tout, il s'en réfère aux mesures pratiquées qui annoncent environ 1080 pieds par seconde (soit 351m/s, vitesse du son à 32°C).

En revanche, son raisonnement suit celui de Newton sur la vitesse des ondes[27] :

> [...] La vitesse d'une onde est égale à celle qu'acquiert un corps en tombant de la moitié de la hauteur qu'aurait l'atmosphère si, supposant la même quantité d'air, cette atmosphère avait partout la même densité que dans les endroits où l'onde se meut.

Et comme la hauteur d'air détermine le poids et donc l'élasticité, 's Gravesande peut dire, plus simplement que Newton que « les carrés des vitesses des ondes sont en même raison que les hauteurs ». Alors Gravesande examine les situations où hauteur d'air, densité et élasticité varient. Il arrive à cette conclusion : « Si l'élasticité et la densité varient, les carrés des vitesses des ondes seront en raison composée de la raison directe de l'élasticité et de la raison inverse de la densité ». Ce qui est une autre formulation de la loi de Newton sur les vitesses des ondes. Puis Gravesande s'intéresse au cas le plus fréquent :

---

[26] Jacob s'Gravesande, *Physices Elementa Mathematica*, Leyde, 1721, 1725, trad. Française E. de Joncourt, *Elemens de physique*, Leyde, 1746.

[27] *Idem*, édition latine de Leyde, 1725, p. 331-332 ; traduction Joncourt, 1746, t II, p. 55-56.

> Si la densité et l'élasticité augmentent ou diminuent en même raison, la raison inverse de la densité détruira la raison directe de l'élasticité et la vitesse des ondes restera la même.
>
> Ce dernier cas a lieu quand l'air est comprimé parce qu'il s'y est joint d'autre air, lequel, pourvu que la constitution de l'air reste la même, ne change rien à la hauteur de l'atmosphère, qu'on suppose être partout de même densité ; car l'air occupe un plus petit espace à proportion du poids ajouté.
>
> C'est pourquoi il ne faut pas inférer que la vitesse des ondes soit changée parce qu'il est arrivé du changement à la hauteur de la colonne de mercure qui est soutenue par la pression de l'atmosphère dans un tuyau vide d'air. Ce changement marquant seulement que le poids qui comprime l'air dans le voisinage de la terre est augmenté.

En effet, l'augmentation de pression est provoquée par un afflux d'air pour une hauteur d'atmosphère constante. Et donc son élasticité s'accroît puisque le poids incombant augmente. Par ailleurs la densité augmente également puisque la quantité d'air augmente dans un volume inchangé. Les augmentation parallèles de la densité et de l'élasticité se compensent et la vitesse du son est inchangée. Ce qui explique également que la vitesse est la même dans les vallées et sur les montagnes. En résumé, d'une façon générale la pression n'influence pas la vitesse du son.

En revanche, « comme l'élasticité de l'air augmente avec la chaleur, il suit que les ondes se meuvent avec plus de vitesse en été qu'en hiver ». Cette influence de la température sur la vitesse du son, tour à tour niée puis affirmée selon les expérimentateurs, est ici démontrée alors que Newton avait juste mentionné cette éventualité.

Le débat sur l'influence de la température sur la vitesse du son se poursuit jusqu'au milieu du XVIIIème siècle. Plusieurs savants contestent cette influence de la température, c'est le cas de François de Brémond, adjoint à l'Académie des Sciences prometteur mais disparu à l'âge de 29 ans. Dans un long commentaire à sa traduction des *Expériences Physico-mécaniques* de Francis Hauksbee, Brémond étudie les variations de l'intensité du son en fonction de la densité et de l'élasticité, et aborde la question de la vitesse du son[28]. Pourtant adepte de 's Gravesande – il admet, pour les mêmes raisons que le savant hollandais, l'influence négligeable de la

[28] Francis Hauksbee, *Physico-Mechanical Experiments*, Londres, 1719. Il s'agit d'une compilation d'expériences réalisées entre 1700 et 1708. Traduction et commentaires de François Brémond, *Expériences physico-mécaniques*, Paris, 1754. Brémond est mort en 1742, il a rédigé l'ouvrage vers 1739-40.

pression – Brémond affirme, comme Derham, la même insensibilité de la vitesse à la température. Et en effet, alors que les mesures pratiquées au siècle précédent semblent tenir compte de la température, celles effectuées par Derham (1706) et Cassini de Thury (1737) concluent à l'insensibilité. En revanche, les théoriciens, comme 's Gravesande, Cramer puis plus tard Daniel Bernoulli et Euler affirment que la chaleur provoque une augmentation de l'élasticité, et donc de la vitesse. Des expériences montrant de façon déterminante cette influence de la température sur la vitesse du son sont bientôt menées en Italie par Blanconi en 1740[29], et elles sont confirmées par les mesures de La Condamine en Amérique du Sud en 1743[30].

La Dissertatio physica de sono *du jeune Leonhard Euler* (1727)

Contexte biographique et présentation de la dissertation

A la suite de Newton, le jeune Leonhard Euler écrit en 1726, à l'âge de 20 ans, une *Dissertatio physica de sono*, son premier travail universitaire, dans laquelle il reprend la théorie développée par Newton. Il a sans doute lu la troisième édition des *Principia*, éditée l'année précédente avec plusieurs remaniements et plus largement diffusée que les précédentes.

A l'inverse du savant anglais, Euler écrit bien et son explication est claire. De plus, musicien averti, il y introduit des notions issues de la théorie musicale comme l'intensité et la hauteur du son dont on sait depuis Mersenne qu'elle est déterminée par le nombre de vibrations dans un temps donné. Il évoque aussi les consonances, sujet qu'il approfondira plus tard.

La *Dissertatio physica de sono* a été écrite par Euler pour appuyer sa candidature aux fonctions de professeur de physique à l'Université de Bâle. La soutenance s'est tenue le 18 février 1727, un mois avant la disparition de Newton, Euler n'avait pas encore 20 ans. Il n'est pas recruté[31] et part pour la Russie, à l'invitation de son ami Daniel Bernoulli[32].

Peu avant cette époque, Euler côtoyait Gabriel Cramer, son aîné de trois ans et également élève de Jean Bernoulli, déjà professeur de mathématiques à l'Université

---

[29] *De bononiensi scientiarum et artium Instituto atque Academia commentarii*, 2(1), 1745, pp. 361-371.

[30] Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Paris, 1744, p.487-488.

[31] Selon Condorcet, l'attribution du poste à Bâle était tirée au sort (Condorcet, *Œuvres*, t III, Firmin Didot, Paris, 1847, Eloge de M. Euler, p. 4).

[32] Daniel Bernoulli l'invite expressément dans une lettre de l'hiver 1726 : « Vous êtes attendu avec grande impatience ; venez donc au plus vite et s'il est possible, partez encore cet hiver. » (*Correspondance mathématique et physique*, ed. Fuss, St Petersburg, 1843, t. 2, p. 410). Le frère de Daniel Bernoulli, Nicolas, qui résidait également à St Petersburg, était décédé peu de temps avant l'arrivée d'Euler.

de Genève depuis deux ans. En 1722, Cramer, alors âgé de 18 ans, avait écrit une dissertation physico-mathématique sur le son, lui aussi à l'occasion d'une candidature de professeur, à l'Université de Genève[33]. Il y formule quelques critiques de la méthode de Newton au sujet des pulsions, et développe sa propre théorie du son. Gabriel Cramer est très influencée par 's Gravesande qui, lui-même newtonien convaincu, venait de publier son cours de physique en version abrégée. Jeune lecteur de cette physique mathématique, Gabriel Cramer, lors de son voyage en Europe de 1727, est hébergé à Leyde chez Jacob 's Gravesande qui lui ouvre les portes de la science européenne, à Londres et à Paris.

Il est clair qu' Euler a été stimulé, et sans doute influencé, par le travail de Cramer, qu'il critique d'ailleurs à propos de l'analogie entre le mouvement de tremblement de l'air et les oscillations du pendule.

La dissertation d'Euler comprend deux chapitres, le premier sur la propagation du son et le second sur sa production. Euler aborde la vitesse du son dans le premier chapitre et entreprend de la déterminer par calcul, dans le but de faire coïncider le calcul mathématique avec les résultats des mesures pratiquées un peu partout en Europe (335-350 m/s), et ainsi de neutraliser l'erreur de 20 % produite par le calcul de Newton (294 m/s).

Le son n'est pas un mouvement de tremblement des globules de l'air

Auparavant, comme beaucoup de savants avant lui, Euler esquisse une représentation de la constitution de l'air :

> Mais avant d'aborder l'étude sur le son lui-même, il faut auparavant parler de l'air en tant que sujet du son. Je conçois l'air comme composé de globules d'infiniment petite taille, comprimés par le poids pressant de l'atmosphère et jouissant d'une *élasticité* si forte que, une fois la force comprimante écartée, elles pourraient se rétablir dans leur position naturelle.

Reprenant l'hypothèse de Newton, selon laquelle l'équilibre des forces est atteint lorsque la force élastique est compensée par le seul poids de l'air, Euler écrit plus loin :

> [...] comme le poids de l'air supérieur comprime l'inférieur, et empêche que les globules aériens ne s'étendent, la force élastique des globules aériens est égale au poids de l'atmosphère.

[33] Gabriel Cramer, *Dissertatio physico-mathematica de sono,* Genevae, Perachon et Cramer filii, 1722.

Euler expose alors, pour ensuite la réfuter, la représentation conventionnelle de la nature physique du son :

> Si nous considérions, parmi les groupes de globules aériens, l'un d'entre eux plus comprimé que les autres, il se dilaterait, obéissant à sa loi propre, en repoussant les globules adjacents en toutes directions et en provoquant une compression sur eux, lesquels repousseraient les autres plus loin, si bien que les globules disséminés au loin seraient affectés en petite part par la compression. Et par ce raisonnement, le son se propage en un autre lieu.
>
> Cependant, comme le mouvement par lequel ce globule s'étend ne peut pas être arrêté immédiatement, une fois le globule revenu dans l'état des autres il s'agrandirait avec excès. De là, il serait comprimé à nouveau par les autres, mais encore une fois avec excès, de sorte que par un mouvement de tremblement chacun des globules qui n'est pas trop éloigné de ce premier, tantôt se dilaterait, tantôt se contracterait en retour. Cependant, ce tremblement des globules d'air voisins doit se ralentir rapidement en raison de leur infiniment petite importance, et de ce fait en employant une durée infiniment brève pour une seule oscillation ; donc, dans un temps fini, à partir d'un globule de cette sorte seraient émises, des oscillations ou ondulations en nombre infini, ce qui ne peut pas se faire en raison de la diminution continue du mouvement d'un globule quelconque. Et comme un temps fini est requis pour exciter en nous le sens, le son ne peut consister en un tel mouvement de tremblement de l'air.

Dans ce paragraphe, Euler rejette la théorie strictement mécanique des parties d'air animées d'un mouvement de tremblement. Les physiciens, depuis quelques décennies, ont abandonné l'analogie simpliste des 'ronds dans l'eau' qui accompagne la physique des sons depuis plusieurs siècles· Et si la théorie corpusculaire des atomistes persiste dans les représentations de la nature de l'air issues du cartésianisme, elle n'est plus viable depuis longtemps au sujet de la propagation des sons.

Depuis un demi-siècle, on décrit le son comme un air composé de parties (ou particules, corpuscules, etc…) agitées d'un mouvement de vibration ; cette position est adoptée notamment par Rohault, Huygens et Claude Perrault[34]. Chez ces derniers, l'idée de 'parties' de l'air sonore suggère un déplacement alternatif autour d'une position de repos, mouvement qui se communique se façon strictement mécanique, selon la loi des chocs, aux parties d'air conjointes.

---

[34] Ch. Huygens, *Traité de la lumière*, 1690. Claude Perrault, *Essais de physique*,1680, tome 2, *Du bruit.*

Pour sa part, Newton est peu clair lorsqu'il évoque le mouvement des 'pulsions' sans dire en quoi consiste ce mouvement, ce qui ne facilite pas la compréhension. Et en effet, à plusieurs reprises, il parle de particules d'air qui s'entrechoquent. C'est ainsi que Gabriel Cramer, en 1740, décrit les vibrations sonores selon Newton[35] :

> [...] Il [Newton] veut, si je l'ai bien compris, que les vibrations de l'air consistent uniquement dans les allées et venues de leurs petites particules, et il prétend que chaque particule ne va et vient qu'autant que la corde ou la fibre sonore va et vient elle-même ; de sorte que chaque particule d'air fait exactement autant de vibrations que la corde sonore, et que chaque vibration d'une particule d'air est précisément de même durée que celle de la corde, quoique la vibration de la particule arrive plus tard que celle de la corde, et d'autant plus tard qu'elle est plus éloignée de la corde. [...]

Pour Euler, ce type de mouvement mécanique ne rend pas compte de la réalité de la propagation du son. Son argumentation repose sur la mise en jeu d'une force, très faible, qui diminue très rapidement ; le nombre des oscillations, ou plutôt des chocs des globules, serait donc en nombre infini, puisque leur durée est infiniment brève. Cependant, dans ce cas, ce nombre d'oscillations, qui détermine la hauteur du son, ne serait pas lié au nombre de vibrations reçues par l'air lors de la production du son, mais déterminé par la grandeur (Euler dit *magnitudo*) déterminant la masse du globule, ainsi que par leur vitesse, donc finalement par leur quantité de mouvement.

Du fait de la dimension indéterminée des globules selon leur état de compression, la durée d'une oscillation complète serait variable et indéterminée, et c'est incompatible avec la nécessité du nombre de vibrations déterminé dans un temps donné qui caractérise le son. Euler n'accepte pas ce mouvement de tremblement, certes intuitivement présent et perceptible dans le corps sonore, mais incompatible avec la conservation de la hauteur du son liée au nombre de vibrations en un temps donné :

> Comme un temps déterminé est requis pour exciter le sens en nous, le son ne peut consister en ce mouvement de tremblement de l'air.

Considérons l'oscillation d'un globule autour de sa position de repos. Pour s'affranchir du vocabulaire des ondes, on la nomme 'perturbation'. Euler a ici l'intuition que le son ne consiste pas dans la transmission percussive, de proche en

[35] *Journal des Savants*, 1741, p. 170-185. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, publiée dans le *Journal des Savants*, à propos de la théorie des corpuscules de différententes élasticité.

proche, du tremblement initial, ce qui serait en quelque sorte une succession de chocs des parties d'air.

Cette hypothèse induirait des influences mutuelles entre fréquence, intensité, et vitesse de propagation, ce qui est contraire aux observations, ainsi qu'une influence de la masse du globule (dont on ne sait rien) sur la vitesse de propagation. Si on représente le son comme une vibration percussive, avec communication de l'énergie aux particules conjointes, on doit admettre une intensité variable et une vitesse de propagation également variables, d'abord avec la fréquence, et tout au long du processus (la vitesse devrait diminuer avec la distance). Or les expériences de Mersenne, reprises par Gassendi, montrent que la vitesse est constante et indépendante de l'intensité et de la fréquence. La contrainte du nombre de vibrations dans un temps donné conduit à représenter une 'vitesse de vibration' variable mais indépendante des dimensions du globule.

Le son est la propagation d'une perturbation de la pression de l'air

Il faut donc concevoir un autre type de mouvement : Euler propose ce 'mouvement de dilatation - compression', ce qui constitue en réalité une variation périodique de la pression de chaque partie d'air, dont la propagation engendre le son :

> C'est plutôt que le son apparaît quand le même globule, du fait d'une force extérieure, éprouve des compressions plus longues [*crebrior*, litt. 'plus drues'] que les intervalles finis interposés ; il est nécessaire, pour émettre un son, que le même globule se contracte et se détende alternativement ; et la durée de ces oscillations doit même être d'une brièveté non infinie, mais finie, de façon que le nombre de ces vibrations ou oscillations puisse être déterminées dans une durée donnée. Le nombre des pulsions venant frapper l'organe sensitif de l'oreille dans un temps donné fini doit être tel qu'il puisse être exprimé par des nombres

Euler évoque ici le mouvement 'immatériel' de la perturbation. L'originalité de l'hypothèse eulérienne réside dans le statut des particules d'air, jointives et qu'il nomme 'globules'. Chez Euler, le globule se dilate et compresse les globules adjacents. Par ailleurs, Euler approfondit la représentation newtonienne en faisant intervenir le temps pris par la 'respiration' du globule. Cependant, pour Euler, la vibration n'est pas mécanique, elle n'obéit pas aux lois des chocs.

On est proche de la définition de la propagation des ondes : il n'y a pas de transfert de quantité de mouvement liée à la masse du globule. Il s'agit seulement du mouvement de la perturbation (ici de la dilatation-compression des globules), sans transport de matière, même alternatif autour de la position de repos. Cette approche est difficilement compréhensible à une époque où les lois de la mécanique sont la règle, et cette thèse requiert une grande capacité à l'abstraction qui doit s'affranchir complètement du paradigme de la représentation propre au cartésianisme.

En combien de temps le globule aérien comprimé propulse sa compression?

Après quelques explications concernant l'intensité et la hauteur de son liée à la fréquence des vibrations, Euler aborde la question de la vitesse de propagation :

> Dès lors, considérons un peu plus attentivement la propagation du son, ce ne serait pas incorrect si, d'après la théorie énoncée plus haut, on calcule la distance qu'un son peut parcourir en un temps donné, par exemple une minute-seconde d'heure[36] ; on observe en effet que tous les sons, intenses ou faibles, graves ou aigus, parcourent un espace donné dans un même temps, et qu'ils progressent tous constamment à la même vitesse. Pour que cela soit établi, on doit rechercher en combien de temps le globule aérien comprimé peut propulser sa compression à une distance donnée. On peut le découvrir sans difficulté à partir des règles de communication du mouvement et par un regard attentif de la nature de l'air. J'ajoute que, pour éviter les descriptions, je passe sous silence la méthode même pour y parvenir, en revanche, je présente ce qui en découle.

Cette discrétion est assez savoureuse, car Euler est alors incapable de présenter un raisonnement construit qui le mènerait à ses conclusions. Cependant, il convient de relever la formulation claire et élégante de la vitesse de propagation du son : « en combien de temps le globule aérien comprimé peut propulser sa compression à une distance donnée » (*Quanto tempore globulus aereus compressus compressionem ad datam distantiam protrudere queat*). Les 'règles de la communication du mouvement' font allusion à la question des forces vives en plein débat depuis le début du siècle. Le professeur d'Euler, Jean Bernoulli, venait de développer son approche dans un article envoyé en 1726 à l'Académie Royale des Sciences de Paris[37]. Dans ce texte, Jean Bernoulli expose sa théorie de l'élasticité dans les solides et dans les fluides. Il suppose que la matière est constituée de parties solides baignant dans

---

[36] La minute (*minuta*, petite partie), ou 'minute prime', est la 'première petite partie' de l'heure (un soixantième d'heure), c'est notre minute actuelle. La 'minute-seconde' est la 'seconde petite partie' de l'heure (un soixantième de minute), c'est-à-dire notre seconde actuelle. On a également tenté la 'minute-tierce', ou tierce, actuellement inusitée.

[37] Jean I Bernoulli, *Discours sur le mouvement*, Paris, 1727, in *Johannis Bernoulli Opera omnia*, Lausanne, 1742, t III, p. 1-107.

une matière subtile composée de sphères creuses animées d'un mouvement circulaire qui leur confère une force centrifuge capable de les dilater[38] :

> Il est aisé [...] de déterminer quelle peut être la cause probable du ressort des corps élastiques. En effet, on ne peut guère attribuer qu'à une matière subtile, telle que je l'ai décrite, la cause primitive de l'élasticité de tous les corps à ressort, soit que ces corps soient eux-mêmes fluides, comme l'air grossier que nous respirons, soit que ces corps soient solides et de la nature de ceux qu'on nomme 'raides', lorsque, parmi les particules terrestres qui composent la matière fluide ou liquide, il se trouve quantité de ces sphères creuses, lesquelles tendent continuellement à se dilater par la force centrifuge de leurs mobiles circulant [animés d'un mouvement circulaire]. Il est évident que ce mouvement imprime à ces particules terrestres une force, ou une tendance à s'écarter les uns des autres, et ainsi à occuper un plus grand volume qu'auparavant. C'est en vertu de cette force, ou de cette tendance des sphères creuses à se dilater que le fluide où elles se trouvent est appelé élastique.

Ce n'est sans doute pas par hasard qu'Euler donne le nom de 'globule' aux particules constitutives de l'air portant le son, il y a ici une référence implicite aux sphères creuses de son maître Bernoulli, capables de se dilater grâce à la force centrifuge conférée par leur mouvement circulaire.

En revanche, un point important de la propagation du son n'est pas abordé par Euler, c'est la superposition de plusieurs sons de fréquences différentes. La construction d'une théorie cohérente de la propagation du son n'est pas une petite affaire…

Le calcul du jeune Euler : prendre 4 au lieu de π pour corriger Newton

Voici la traduction du passage de la dissertation concernant le calcul de la vitesse de propagation du son :

> 9 –Pour traiter le sujet d'une manière générale, soit la gravité spécifique du mercure à la gravité de l'air comme de n à 1, la hauteur de mercure dans le baromètre égale à k, la longueur du pendule égale à f, dont, en second lieu, les oscillations doivent mesurer la durée pendant laquelle le son parcourt un intervalle a. Ces dénominations là étant faites, je trouve que le temps d'une seule oscillation du pendule f

[38] *Idem*, p. 96.

est au temps de propagation du son sur un intervalle a comme de 1 à $\frac{a}{4\times\sqrt{n\times k\times f}}$.

10 – Si a et k sont déterminés en scrupules[39], à la place de f on fixe 3166, cette valeur $\frac{a}{4\times\sqrt{n\times k\times f}}$ indique en combien de secondes-minutes le son doit se propager sur un intervalle a. La longueur du pendule oscillant chaque minute-seconde est en effet de 3 166 scrupules. C'est pourquoi, lorsque la distance a est achevée dans un temps de $\frac{a}{4\times\sqrt{3166\times n\times k}}$, la distance sur laquelle le son se diffuse en une minute-seconde sera de $4\times\sqrt{3166\times n\times k}$ scrupules.

Plus loin, Euler conclut :

14 - Si on compare cela avec l'expérience on mettra en évidence son parfait accord avec elle, ce qui confirmera ma méthode. En effet, Derham et Flamsteed ont observé, lors d'expériences réalisées avec grand soin, que le son parcourrait 1108 pieds[40] dans un temps d'une minute-seconde, nombre qui se situe à peu près au milieu des limites trouvées. Maintenant, si nous considérons ce que Newton dit à ce sujet dans *Phil., Lib II, sectio VIII* [41], celui-ci a trouvé, pour la distance que le son parcourt en une minute-seconde, une fois son raisonnement ramené à notre manière de parler, en scrupules rhénans, $\frac{p}{d}\times\sqrt{3166\times n\times k}$, en notant $\frac{d}{p}$ le rapport du diamètre à la circonférence, c'est-à-dire environ $\frac{7}{22}$. Ainsi donc, son expression est plus petite que la notre, si du moins Newton multiplie $\sqrt{3166\times n\times k}$ par 3 et $\frac{1}{7}$, alors que moi, à la place de ce nombre, j'applique 4.

Euler est en accord avec Newton sur la proportionnalité de la vitesse du son avec la racine carrée du poids de l'air incombant, ici $\sqrt{n\times k}$. Le désaccord porte sur le

[39] Euler emploie le pied rhénan qui se divise en 1000 scupules (1 pied rhénan = 1,035 pieds de Paris).

[40] Il s'agit de pieds rhénans.

[41] Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres, 1687, Lib II, Sect VIII.

facteur, $\pi\sqrt{l}$ pour Newton, et $4\sqrt{l}$ pour Euler, avec l longueur du pendule qui fait une seconde par oscillation complète.

Euler reste mystérieux quant à l'apparition de ce facteur 4 qui l'arrange bien ici, mais qui n'a aucune justification. C'est curieux : Euler utilise la longueur du pendule dans son calcul et ne fait pas intervenir le facteur π qui lui est forcément associé lorsqu'on calcule sa période en fonction de sa longueur. Ce facteur 4 serait alors le produit de π par un facteur de valeur 1,274, dont le carré (si on l'inclue sous le radical) est égal à 1,623, ce qui, semble-t-il, ne représente rien de pertinent.

Une hypothèse, troublante et peu scientifique, serait d'invoquer le nombre d'or égal, comme on sait, à $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618$, et dont la racine carrée est de 1,272. Si on fait le produit de $\sqrt{\varphi}$ par π, on obtient 3,994, qu'on peut arrondir à 4. Ce qui reviendrait à dire qu'Euler a affecté la longueur du pendule donnant la seconde d'un facteur φ égal à 1,618. Le calcul de la vitesse du son serait alors : $\pi\sqrt{\varphi \times 3166 \times n \times k}$ = $3{,}994 \times \sqrt{3166 \times n \times k}$. Euler est-il capable d'une telle divagation plus proche de la magie naturelle que de la physique mathématique ?[42]

Perseverare diabolicum ? Euler persiste dans la *dissertatio de igne* (1738)

Il est bien entendu plaisant de révéler l'errance d'un futur génie, mais ce n'est pas notre propos, Euler a produit une œuvre scientifique considérable après ce texte de jeunesse. De plus, on a vu comment Newton savait également manipuler les résultats. Il convient de noter toutefois qu'Euler a confirmé son propos à la fin de la '*Dissertatio de igne*', davantage lue car publiée après sa distinction par l'Académie Royale des Sciences en 1738[43] :

> [...] avant de mettre un terme à cette dissertation, je pense qu'il ne sera pas hors de propos d'ajouter une formule à partir de laquelle on pourra comprendre à quelle vitesse les vibrations sont propagées à travers un quelconque milieu élastique. Or j'hésite d'autant moins à faire part de ma formule, que la formule de Newton non seulement ne s'accorde pas à l'expérience au sujet de la vitesse du son, mais encore s'appuie sur des bases faibles. Or ma formule est la suivante : soit K la hauteur du mercure, dont le poids est égal à la force élastique du milieu, qui se changera en hauteur du baromètre,

---

[42] Cette hypothèse curieuse d'Euler faisant appel au nombre d'or est bien entendu une fantaisie et ne repose sur aucune trace.

[43] L. Euler, *Dissertatio de igne*, in 'Pièces qui ont remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences', Paris, 1738. La traduction française a été effectuée par des élèves encadrés du lycée Saint-Exupéry de Saint-Dizier.

si l'air est pris pour ce milieu. Ensuite, $1/n$ exprime le rapport des poids spécifiques, c'est à dire des densités du mercure et du milieu ; et en outre f désigne la longueur du pendule simple oscillant à chaque seconde. Ceci posé, j'ai trouvé que les vibrations dans un tel milieu se propagent à travers l'espace en une seconde selon la formule : $4\times\sqrt{\frac{f\times K}{n}}$. Si cette formule est appliquée à l'air pour rechercher la vitesse du son, en employant le pied rhénan divisé en 1000 parties, f sera = 3166 ; K sera compris selon les moments entre les limites de 2460 et 2260, et à cause de la densité de l'air, également variable, je pose n entre les limites de 1/10 000 et 1/12 000. Ces substitutions étant faites, dans la formule donnée, on trouvera que le son, en une seconde, se déplace à travers un espace compris dans les limites de 1222 et 1069 pieds : ce qui concorde beaucoup mieux avec les observations, que ce qu'a déterminé Newton, qui a trouvé seulement 950 pieds rhénans, mais l'expérience montre 1108 pieds ; nombre qui est à peu près au milieu des limites que j'ai fixées.

Cette dissertation écrite dix ans plus tard reprend, dans un style plus clair, la démonstration faite dans la *Dissertatio de Sono*. Ces deux paragraphes, situés à la fin du texte, n'ont pas grand chose à voir avec le sujet traité, le feu. C'est l'occasion pour Euler de faire valider sa formule de calcul de la vitesse du son par l'Académie Royale des Sciences qui, si l'on peut dire, n'y a vu que du feu.

La vitesse du son, le baromètre et le thermomètre

Après avoir développé sa théorie du calcul de la vitesse du son, Euler se rachète partiellement en évoquant le rôle de la pression, et surtout de la température dans les variations de cette vitesse :

11 – De là s'écoulent ces conclusions. La vitesse du son sera la même pour un $n \times k$ constant, et en particulier, si les densités de l'air sont proportionnelles aux élasticités, les sons s'avancent à la même vitesse, c'est à dire que le son ne se déplace pas vers le sens de l'ouïe plus rapidement dans l'air très comprimé que dans l'air très raréfié. Par suite, le son doit se propager à la même vitesse au sommet des montagnes qu'au fond des vallées, si d'autres causes, qu'il va falloir exposer sous peu, ne s'y ajoutent pas.

12 – Si l'on fait croître $n \times k$, la vitesse du son doit augmenter. Donc la densité de l'air ayant été maintenue ou diminuée, mais l'élasticité ayant été accrue, la vitesse du son sera plus grande. Mais si, au contraire, la densité de l'air croît, l'élasticité ayant été maintenue ou diminuée, le son sera retardé. Et de là, on comprend, comme le

> poids ou la densité, et la force élastique de l'air entourant la terre sont exposés à différents changements, que les sons modifient aussi sans cesse leur vitesse. Donc la vitesse du son sera la plus grande, dans une atmosphère très chaude et sous un ciel serein, ou plus exactement quand les liquides du baromètre et du thermomètre sont montés à une hauteur élevée. En revanche, dans un froid rude ou dans une tempête violente, la vitesse du son doit être la plus faible, ce qui arrive quand les liquides du baromètre et du thermomètre sont élevés à un faible niveau.

Euler s'égare à nouveau puisque après avoir dit, à juste titre, que la vitesse est indépendante de la pression (« les sons s'avancent à la même vitesse, c'est à dire que le son ne se déplace pas vers le sens de l'ouïe plus rapidement dans l'air très comprimé que dans l'air très raréfié »), Euler invoque la situation dans laquelle « la densité de l'air croît, l'élasticité ayant été maintenue ou diminuée », et il en conclut que la vitesse est plus faible. Il attribue cette situation à la hausse du baromètre, ce qui est inexact, car alors l'élasticité croît en même temps que la pression. En revanche, l'augmentation de l'élasticité à densité constante correspond à une élévation de température, et Euler a raison de dire que le son est plus rapide en été qu'en hiver. Il semble qu'Euler ait mal lu le passage où 's Gravesande développe les différents cas.

Pour que son calcul soit exact, et conformément à ce qu'il a conclu – à tort – de la variation de hauteur de mercure dans le baromètre, donc de la pression, Euler envisage deux positions extrêmes correspondant à deux valeurs de la mesure de la pression sur le baromètre.

> 13 – Donc, on trouvera la plus grande vitesse du son si on remplace n par 12000 et k par 2460 scrupules, si bien que, pour l'espace parcouru par le son en une seconde, on trouve, en scrupules : $4\times\sqrt{3166\times12000\times2460}$ = 1 222 800, c'est à dire que, selon ma théorie, le son doit parcourir, à la plus grande vitesse, dans un intervalle d'une minute-seconde, 1222 pieds rhénans. En revanche, la vitesse du son la plus petite sera trouvée en prenant 10 000 pour n, et 2 260 pour k, ce qui fait, pour l'espace parcouru en une seconde, en scrupules, $4\times\sqrt{3166\times10000\times2260}$ = 1 069 600, ou 1069 pieds. Donc la distance à laquelle le son doit se répandre en une seconde est contenu entre les limites 1 222 et 1 069 pieds.
>
> 15 – De là, il n'est pas étonnant que le très ingénieux Newton ait trouvé trop petite la distance sur laquelle le son se propage en une minute-seconde. Il ne la détermine pas plus grande que 947 pieds, ce qui est certainement un désaccord important avec cette distance qui a

> été trouvée par expérience. Cependant, ce qu'il avance pour justifier sa méthode, en attribuant ce désaccord aux impuretés de l'air, est un pur subterfuge[44]. En effet, de quelques vapeurs que l'air soit imprégné, sa force élastique est toujours égale au poids atmosphérique et le poids de l'air qui atteint le sens n'est pas non plus modifié. Ces paramètres restant constants, la vitesse du son ne peut par suite subir de modification. Et la dimension des molécules d'air n'a rien à voir dans cette affaire.

Ici Euler a bien vu les insuffisances avancées par Newton, les impuretés de l'air ne peuvent pas expliquer la différence de vitesse, et la dimension des molécules n'intervient pas, ce qui est cohérent avec la théorie de la propagation qu'il avait développé au début.

Du jeune Euler à D'Alembert (1727-1747)

Les fibres sonores de Jean Bernoulli, père ou fils (1736)

Quoi qu'il en soit, le travail d'Euler interpelle la communauté savante sur un sujet débattu deux ans auparavant par Jean Bernoulli (dit Jean II car c'est le fils de Jean Bernoulli et le frère cadet de Daniel). En effet, dans une pièce qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1736, le jeune Jean Bernoulli aborde incidemment la question de la vitesse du son alors que le sujet en est : *comment se fait la propagation de la lumière ?* [45].

Il est possible que ce mémoire, d'un niveau mathématique assez dense, ne soit pas entièrement de la main de Jean II Bernoulli, docteur en droit. Dans une lettre à son ami le docteur Bouillet, Dortous de Mairan évoque cette dissertation où il a cru reconnaître une partie de ses théories, notamment sur le son. Evoquant Jean Bernoulli et ce texte, Mairan écrit que « M. Bernouilli le père a bonne part à ce mémoire ». En effet, Jean II est plutôt versé dans le droit que dans la physique mathématique. Sur les quatre autres pièces à caractère scientifique qui lui sont attribuées, l'une est écrite en collaboration avec son frère Daniel, et les autres concernent des domaines traités par son père. On désignera donc l'auteur du mémoire par Jean Bernoulli, ce qui de toutes façons n'est pas faux.

---

[44] Euler fait allusion aux hypothèses avancées par Newton pour expliquer le décalage entre son résultat et les mesures effectuées.

[45] Jean Bernoulli, 'Recherches physiques et géométriques sur la question : comment se fait la propagation de la lumière, proposée par l'Académie royale des sciences pour le sujet du prix de l'année 1736', Pièce qui a remporté le prix de l'Académie royale des sciences en l'année 1736, Paris, 1737, pp. 1-66.

Le mémoire de Jean Bernoulli propose une représentation de la propagation de la lumière dans l'éther. L'éther est un milieu élastique, et son élasticité lui est conférée par la force centrifuge produite par des petits tourbillons, selon la thèse de son père[46]. Dans cet éther élastique baignent des corpuscules d'inégale grosseur. Lorsque la lumière paraît, ces corpuscules s'alignent, séparés par des espaces d'éther, pour constituer des fibres. Les corpuscules prennent alors un mouvement vibratoire longitudinal en formant des fibres lumineuses de longueur limitée (équivalente à notre longueur d'onde), qui, mises bout à bout, constituent un rayon de lumière. Les corpuscules composant ces fibres sont de dimension égale pour chaque fibre et définissent ainsi la couleur portée par cette fibre. Vers le milieu de son exposé, Jean Bernoulli expose l'analogie parfaite entre la propagation de la lumière et celle du son. Il transpose alors au son sa théorie des fibres, ce qui lui permet, puisqu'on connaît les caractéristiques de densité et d'élasticité de l'air, de revenir ensuite à la lumière dont le milieu de propagation, l'éther, reste mystérieux quant à ces grandeurs. C'est donc ce passage sur la propagation du son qui est analysé ici.

Jean Bernoulli invoque, dans sa représentation, des fibres sonores composées de corpuscules équidistants et d'égale grosseur, séparés par des tourbillons élastiques. Ces corpuscules sont animées d'un mouvement alternatif longitudinal tautochrone entre les extrémités de la fibre. Chaque vibration de la fibre principale formée à partir de l'ébranlement sonore initial provoque l'apparition de fibres secondaires identiques, à l'extrémité de la fibre principale, générant elles-mêmes d'autres fibres. Le point d'origine du son engendre ainsi toutes les fibres qui construisent la sphère de propagation, et chaque fibre secondaire se déploie également de façon sphérique. Le mouvement vibratoire longitudinal des corpuscules est lui-même analogue au mouvement d'une corde tendue mise en vibration, sauf que dans le cas de la corde, les vibrations sont 'latitudinales'. La courbe que prend cette corde est la 'compagne de la cycloïde (ou trochoïde) allongée', Jean Bernoulli (père) l'a en effet démontré dans un mémoire sur les cordes vibrantes présenté en 1728 à l'Académie des Sciences de St Petersbourg[47]. La courbe représentant la vibration des corpuscules constituant la fibre sonore sera de cette

[46] Voir plus haut, le *Discours sur le mouvement* de Jean Bernoulli.

[47] Jean Bernoulli, 'Meditationes de chordis vibrantibus', in *Commentarii academiae scientarum imperialis petropolitanae*, St Petersbourg, 1728, t 3, p.13-28. Bernoulli énonce, à la fin de ce mémoire, p. 27 : « *sequitur demonstratio ejus, quod supra asseritur, chordam vibrantem induere figuram sociae trochoidis elongatae.* » « Il suit de ce qui est assuré plus haut, la démonstration que la corde vibrante prend la forme de la compagne de la trochoïde allongée. ». Trochoïde est, à cette époque, synonyme de cycloïde ; plus tard la trochoïde désigne cette même 'compagne de la cycloïde' (décrite par Roberval) qui n'est rien d'autre que la 'courbe des sinus', notre sinusoïde (voir l'article 'Trochoïde' de d'Alembert dans l'*Encyclopédie*).

même forme, sauf pour le sens de la vibration, latitudinale pour la corde, longitudinale pour la fibre sonore. Comme le mouvement vibratoire des fibres est tautochrone, la période de la vibration est proportionnelle à la longueur de la fibre. Tout ceci est bien entendu conforme aux lois qui régissent les vibrations des cordes tendues dont on sait déterminer la période depuis Brook Taylor[48].

Jean Bernoulli, père ou fils, a forcément lu la *Dissertatio de sono* du jeune Euler. Une dizaine d'années après cette publication et celle de la dernière édition (1726) des *Principia* de Newton, l'auteur cherche à se positionner par rapport à ces deux savants, et aborde la question de la vitesse du son. Reprenant la démarche de Newton, Bernoulli tente de la rendre compatible avec ses fibres sonores.

Bernoulli se fonde sur l'analogie avec les cordes vibrantes et sur la détermination du nombre de vibrations dans le temps d'oscillation d'un pendule de longueur D. Son père, Jean Bernoulli a établit que ce nombre est égal à : $\frac{p\sqrt{D\times P}}{\sqrt{AB\times L}}$, avec « le petit p qui signifie la circonférence du cercle dont le diamètre est 1 » (p est donc égal à π, ou à 22/7), et, « en prenant D la longueur du pendule donné, AB la longueur de la corde tendue, L sa 'quantité de matière', et P le poids ou la force avec laquelle la corde est tendue »[49]. Par analogie, Bernoulli procède au changement des grandeurs : AB devient AG, longueur de la fibre sonore, et P/L devient A/AG. Cette substitution est inspirée de Newton et d'Euler, c'est à dire que la force P est ici constituée du poids de la hauteur d'air A que Bernoulli divise par la quantité de matière de la fibre AG analogue à la quantité de matière L de la corde. On obtient alors, pour le nombre de vibrations dans le temps d'oscillation du pendule, $\frac{p\sqrt{D\times A}}{AG}$. Dans sa représentation, Bernoulli suppose que, à chaque vibration de la fibre principale, se produit une fibre secondaire. Le nombre de vibrations détermine donc la longueur de la fibre totale dans un temps donné par l'oscillation du pendule, et donc la vitesse de propagation :

> C'est pourquoi je n'ai qu'à multiplier la longueur d'une fibre AG (quelle que soit cette longueur) par le nombre des fibres $\frac{p\sqrt{D\times A}}{AG}$, il me vient constamment en termes très simples cette quantité donnée $p\sqrt{D\times A}$ pour la distance parcourue par le son dans le temps d'une oscillation du pendule *D*.

---

[48] Brook Taylor, 'De motu nervi tensi', in *Phil. Trans.* 1713, 337, p.26-32. Repris dans *Methodus incrementorum directa et inversa*, 1715, p. 91-93.

[49] J. Bernoulli, 'meditationes de chordis vibrantibus …', p. 15-16.

Bernoulli précise avec raison que la célérité est indépendante de la longueur de la fibre (c'est à dire de notre longueur d'onde, donc de la fréquence du son). Il procède ensuite, comme Euler, à l'application numérique en prenant les données fournies par Newton, puisque sa formule est identique quoique plus simplement exprimée :

> On aura $p\sqrt{D\times A} = \dfrac{93384\times\sqrt{39{,}2\times 365700}}{29725}$ pouces, pour la longueur du chemin que le son parcourt dans une seconde de temps ; le calcul étant fait actuellement, on trouve, à fort peu près, 11 747 ½ pouces = 979 pieds d'Angleterre moins un demi-pouce, ce qui est conforme à ce qu'a trouvé M. Newton.

Puis Jean Bernoulli ajoute malicieusement un commentaire sur le raisonnement de Newton qui expose la méthode de calcul de la vitesse du son :

> [...] quoique je ne sache pas si ce n'est pas peut-être une voie fort indirecte qui l'y a conduit : car, pour avouer la vérité, son long raisonnement dans les propositions 47, 48, 49, qui précèdent ce *scholie* même, me paraît si obscur et si perplexe, que je ne puis pas me vanter de le bien entendre, surtout comme il raisonne dans la prop. 47 où il paraît difficile de démêler ce qu'il suppose d'avec ce qu'il veut prouver.

Rappelant également que Newton avait invoqué le diamètre des corpuscules qu'il évaluait à 1/9 de la distance les séparant, pour expliquer l'erreur entre le calcul et la mesure, Jean Bernoulli se fait sarcastique :

> [...] il leur en aurait donné davantage [au diamètre des corpuscules] à proportion que le véritable nombre de l'espace du son aurait plus surpassé le nombre trouvé de 979 pieds.

Rappelons qu'Euler, dans la *Dissertatio,* avait écarté avec dédain cette hypothèse. Bernoulli rejette également cette supposition avant de développer une autre explication :

> Mais on voit bien par notre théorie que les diamètres de ces particules solides ne peuvent être censés qu'incomparablement petits à l'égard de leurs interstices ; vu que s'ils occupaient toute l'étendue d'une vibration, ils n'entreraient point encore en comparaison avec leurs distances.
>
> [...] C'est donc une autre raison plus essentielle qui fait trouver la propagation du son un peu moins vite qu'elle n'est en effet : c'est

> que l'on suppose dans la théorie, que la fibre, tant la sonore que la lumineuse, et toute la suite des secondaires , qui font le rayon, ne sont qu'une simple ligne droite partant du centre à la circonférence de la sphère d'activité, au lieu que véritablement ces fibres ou ces rayons sont de petits cônes infiniment aigus qui ont leurs pointes ou leurs sommets dans leur milieu, tout comme la fibre principale doit être formée, ayant visiblement la pointe dans son milieu, où est la source du son ou de la lumière.

Or Bernoulli explique qu'une corde tendue, modèle de l'analogie, qui aurait une telle forme, un double cône dont les sommets se situent au milieu de la corde, vibrerait avec une vitesse instantanée plus grande qu'une corde considérée comme un cylindre. Il invoque, pour cette démonstration, une équation différentielle du second degré qu'il ne sait pas réduire mais qui, par approximation, donne ce résultat[50] :

> Cependant les méthodes des approximations montrent très certainement que les cordes et les fibres coniques ont leurs vibrations plus rapides que celles qui sont uniformément épaisses, toutes les autres circonstances étant d'ailleurs égales.

De toute façon, l'essentiel est de justifier l'erreur entre calcul et mesure, et Bernoulli ne s'attarde pas. Il déclare alors, avant de revenir à la propagation de la lumière, son sujet initial, que :

> Puisque donc la différence du résultat n'est pas bien grande entre ces deux sortes de fibres, je continuerai à les regarder comme des lignes droites physiques en forme de filaments qui sont d'une petite grosseur partout égale.

Jean Bernoulli en a terminé avec la vitesse du son. Il a repris la théorie de Newton sur la proportionnalité avec la racine carrée de l'élasticité représentée par le poids de l'air incombant, et l'a exprimé plus simplement. Il a réfuté les explications du savant anglais quant à l'erreur entre calcul et mesure, et a proposé une hypothèse.

Daniel Bernoulli (1738)

Vers 1740, on tourne en rond autour de la théorie newtonienne (917 pieds de Paris par seconde), alors que la mission de Cassini de Thury en 1737 confirme la mesure de la vitesse du son à 1038 pieds de Paris à 6°C (337m/s).

---

[50] Il s'agit de $-\frac{ddt}{s} = \frac{yydy^2}{c^4}$, que Bernoulli ne détaille pas.

Daniel Bernoulli, frère de Jean, ne prend part au débat qu'incidemment, dans quelques lignes de l'*Hydrodynamica* , publié en 1738 mais écrit deux ou trois ans auparavant[51]. Il renvoie les différentes approches pour en retenir le consensus, à savoir que la vitesse du son est proportionnelle à la racine carrée de la hauteur d'air homogène incombant sur l'air propageant le son. Ce qui l'intéresse, c'est l'influence des paramètres caractérisant cet air et qui lui confèrent son élasticité, c'est à dire la pression et la température. Il en conclut que la vitesse est plus importante dans l'air chaud que froid, et également lorsque le baromètre est élevé. En conjuguant ces deux grandeurs prises à des niveaux extrêmes, Daniel Bernoulli estime l'élasticité variable dans un rapport de 3 à 4. Il établit alors que les différentes mesures de vitesse pratiquées en Angleterre et en Italie se situent entre des extrêmes dans un rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{4}$, soit de 173 à 200, d'où des écarts possibles d'environ 16%, ce qui rendrait le calcul de Newton acceptable[52].

Dortous de Mairan et les 'particules de différente élasticité' (1737)

Les savants dont on vient d'étudier les contributions au débat sur le calcul de la vitesse du son, sont des physiciens formés à la démarche de Newton, une démarche nouvelle, qui utilise les mathématiques et bientôt l'analyse. Hormis 's Gravesande qui tente une adaptation des *Principia* à un usage didactique, ces savants sont des théoriciens peu lus du grand public éclairé. Pourtant pendant la première moitié du XVIIIème siècle, comme Descartes au siècle précédent, Newton est très à la mode. Dans les salons, on discute âprement de physique entre cartésiens qui se fondent sur les mouvements des tourbillons, et adeptes de l'attraction newtonienne. Cependant peu de gens peuvent se vanter de les avoir compris et même lus. Voltaire, dans une de ses lettres de Londres, écrit : « Très peu de personnes à Londres lisent Descartes, dont effectivement les ouvrages sont devenus inutiles. Très peu lisent aussi Newton, parce qu'il faut être fort savant pour le comprendre. Cependant, tout le monde parle d'eux[53] ».

Aux côtés de ceux qui l'ont lu et compris, on trouve nombre de savants populaires qui fondent leurs hypothèses sur des représentations, à la manière de Descartes. C'est ainsi que, en ce qui concerne la physique des sons, on voit se développer une théorie qui rencontre un certain succès jusque dans les années 1750. Cette théorie est inspirée de l'atomisme ambiant remis au goût du jour par la théorie corpusculaire newtonienne, ainsi que d'un passage de l'*Optique* dans lequel Newton

---

[51] Daniel Bernoulli, *Hydrodynamica*, Strasbourg, 1738.

[52] *Idem*, p. 224-225. Le calcul de Newton donne 979 pieds anglais, soit 917 pieds français, d'où après correction : $917 \times 200/173 = 1060$ pieds français (la mesure de Cassini en 1737 étant de 1038 à 6°C)

[53] Voltaire, *Lettres philosophiques*, 1734, in *Œeuvres*, t 37, Beuchot, Paris, 1829, lettre XIV, p. 191.

ose une analogie curieuse entre les couleurs et les tons de la gamme musicale. La question centrale est d'expliquer la superposition de plusieurs sons dans le même espace, qui se propagent sans se perturber. Fondée presque exclusivement sur une approche musicale, cette théorie est portée par Dortous de Mairan avec l'appui influent du célèbre musicien Jean-Philippe Rameau.

Dortous de Mairan n'a pas laissé un grand souvenir comme savant, mais il a écrit de nombreux mémoires qui ont connu une certaine célébrité à son époque[54]. Sa théorie concernant la propagation du son est pour la première fois présentée oralement à l'Académie en 1720, puis développée en 1737 dans un *Mémoire sur la propagation du son*[55] :

> Je dis que l'air, en tant que véhicule du son, est un assemblage d'une infinité de particules de différente élasticité, dont les vibrations sont analogues par leurs durées à celles des différents tons du corps sonore ; qu'entre toutes ces particules, il n'y a que celles de même espèce, de même durée de vibration, et à l'unisson du corps sonore, qui puissent retenir les vibrations semblables de ce corps, et les transmettre jusqu'à l'oreille ; que la plus petite masse d'air sensible contient plusieurs de ces particules de toute espèce, et que toutes leurs vibrations à la fois, ou les frémissements de la masse dans toutes ses parties, ne peuvent produire que le Son en général, ou le bruit.

Pour Mairan, le processus du son est le même que celui d'un ressort dont les vibrations sont 'isochrones à elles-mêmes' et indépendantes de la masse. Son hypothèse, déjà développée dans le *Traité de l'aurore boréale* lu en séance en 1731, est

---

[54] Dortous de Mairan arrive à Paris vers 1718, venant de Béziers. Nommé membre associé de l'Académie des Sciences de Bordeaux, il en avait reçu à trois reprises le prix de physique. On l'incite à partir pour Paris : à la fin de l'année 1718 il est nommé membre associé de l'Académie Royale des Sciences de Paris, et six mois plus tard pensionnaire (membre titulaire), ce qui constitue un début de carrière fulgurant. Le jour même de son entrée à l'Académie, le duc de la Force, protecteur de l'Académie de Bordeaux et de Mairan, par ailleurs proche du Régent, est nommé membre honoraire 'par le Roi' (Louis XV, âgé de 8 ans). A plusieurs reprises sous-directeur et directeur, Mairan succède à Fontenelle comme secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences en 1740. Démissionnaire en 1743, il revient en 1746 comme pensionnaire. Dortous de Mairan jouit donc de soutiens efficaces auprès du pouvoir royal. Tout ceci explique sans doute sa belle carrière, et le respect qu'il inspirait auprès des différents savants qui avaient affaire à l'Académie. Les rares études sur Dortous de Mairan le décrivent comme un savant estimé de ses pairs, et sa proximité du pouvoir royal est très peu évoquée. Les nombreux articles écrits de son vivant sont en général assez élogieux, voire révérencieux, malgré une certaine pointe d'ironie qu'on trouve chez Voltaire et Mme du Chatelet (avec qui il polémique sur la question des forces vives), mais aussi chez Fontenelle, d'Alembert, Cramer et Euler.

[55] *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 1737 : Dortous de Mairan, 'Discours sur la propagation du son', p.1-20 ; puis 'Eclaircissements sur le discours précédent', p. 20-58.

que l'air est composé de corpuscules d'inégale grosseur, « car en supposant toutes ces particules de même figure et de semblable matière, l'inégalité des vibrations entraîne, comme on voit, l'inégalité des grosseurs »[56]. L'idée de Mairan est d'attribuer la conservation des caractéristiques qualitatives du son, non à la 'figure' des particules, les '*eidola*' des atomistes, mais à leur dimension, caractéristique de leurs vibrations propres.

Cette représentation du son connaît un certain succès jusqu'en 1750 environ, auprès de savants ne pratiquant pas la physique mathématique, ou de musiciens à la recherche d'une base scientifique pour établir leur système harmonique. C'est ainsi qu'elle est reprise par Jean-Philippe Rameau[57], puis par d'autres théoriciens de l'acoustique musicale comme Pierre Estève (1720-1790)[58]. Cette théorie a donné également l'occasion au père Castel, introduit dans les milieux savants mais sans célébrité, de se faire connaître du public en inventant à la même époque le 'clavecin pour les yeux', sorte d'instrument de musique qui associait les couleurs aux notes[59]. Les physiciens du courant 'néo-cartésien', opposés à l'attraction newtonienne, sont également séduits par cette théorie, comme Joseph Privat de Molières, ou même l'abbé Nollet. En revanche elle est contestée par plusieurs physiciens, parfois inconnus tel Barrigue de Montvallon[60] ou plus célèbres comme Gabriel Cramer qui la critique courtoisement mais fermement, tout en semblant y adhérer en partie[61]. Cette représentation du son a finalement été assez bien acceptée en France entre 1737, date de publication du mémoire de Mairan, et le début des années 1750, lorsque les physiciens élaborent une théorie mathématique de la vibration. Plus tard les encyclopédistes écartent définitivement cette théorie, notamment d'Alembert dans

[56] *Mém. Ac. Sc.*, 1737, o.c., p. 21.

[57] Jean-Philipe Rameau, *Génération harmonique*, Paris, Prault, 1737, p. 3 : « Nous devons supposer l'air divisé en une infinité de particules, dont chacune est capable d'un Ton particulier; lorsque par exemple, on entend à la fois les deux Sons de la Quinte, dont l'un fait deux vibrations pendant que l'autre en fait trois, on ne conçoit pas comment la même masse d'Air peut fournir dans un même temps ce différent nombre de vibrations; à plus forte raison encore s'il se trouve un plus grand nombre de sons ensemble, au lieu qu'il est bien plus plausible d'imaginer en ce cas que chacun de ces sons naît d'une masse d'Air particulière, dont le nombre des vibrations occasionne le degré du ton qui nous affecte pour lors. » . Au sujet de l'influence de Dortous de Mairan sur Rameau, voir André Charrak, *Raison ou perception, fonder l'harmonie au XVIIIème siècle*, Paris, Vrin, 2001, p.96 et suiv.

[58] Pierre Estève, *Nouvelle découverte du principe de l'harmonie,* Paris, Jorry, 1752. Sur ce texte d'Estève, voir l'édition qu'en a faite André Charrak, éd. ENS, 2002.

[59] Louis-Bertrand Castel, 'nouvelles expériences d'optique et d'acoustique', in *Journal de Trévoux*, 1735, p. 1444-1482.

[60] Barrigue de Montvallon, *Nouveau système sur la transmission et les effets des sons,* Paris, Bordelet, 1743.

[61] Gabriel Cramer, lettre de juillet 1740 à M. de Mairan, in *Journal des sçavans*, 1741, p.170-185.

l'article 'Fondamental (musique)', ainsi que Jean-Jacques Rousseau dans l'article 'Son (musique)'[62].

Cette curieuse hypothèse des 'particules de différente élasticité' entraîne des conséquences inattendues sur la vitesse du son, du fait des masses différentes des corpuscules. Dortous de Mairan se rend compte du problème, et, dans son mémoire de 1737, il est contraint d'admettre que les sons se propagent à des vitesses différentes selon leur hauteur. Il invoque l'analogie entre les couleurs et les tons : la propriété de réfraction montre qu'aux couleurs correspondent des vitesses différentes, donc les tons doivent présenter cette même propriété. Pour vérifier ce corollaire, Mairan affirme qu'il a observé que le son d'une cloche aiguë parvenait plus vite à l'oreille qu'une cloche plus grave[63]. L'expérience a été menée à Béziers, en faisant sonner simultanément deux cloches de la cathédrale, une grande et une petite, et avec le concours de plusieurs personnes placées à grande distance[64]. Dortous de Mairan écrit :

> [...] il en résulta que le son aigu de la petite cloche parvenait plus tôt à l'oreille que le son grave de la grande, d'une quantité extrêmement petite mais qui pouvait cependant être distinctement aperçue.

Les commentateurs et les biographes, dès la mort de Dortous de Mairan, ne manquent pas d'ironiser sur cette hypothèse.

Quant à l'analogie entre les couleurs et les sons, elle a connu un réel engouement qui perdure encore longtemps auprès de l'élite éclairée et des musiciens qui se piquent de science. Mairan se réfère à la proposition développée par Newton, dans l'*Optique*, sur les couleurs[65]. On sait que Newton avait esquissé une théorie brumeuse et risquée sur l'analogie entre les sept couleurs du prisme et les sept tons de la gamme[66]. C'est ainsi que Voltaire, dans un chapitre qui conclut la partie

---

[62] *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, …* , 1751-1765, t. VII, p. 56b et t. XV, p. 346a.

[63] *Mém. Ac. Sc.*, 1737, o.c., p. 18-19. De nombreuses expériences, depuis Gassendi, ont largement montré l'indépendance de la hauteur par rapport à la vitesse du son. (Gassendi, *Animadversiones…*, Lyon, Anisson, 1649, p.279-280). Pour tous les physiciens, cette indépendance ne faisait plus débat depuis longtemps.

[64] Selon une lettre de Mairan à Bouillet datée de 1737, l'expérience a eu lieu en 1723, en présence de l'abbé Bailleron, avec deux cloches de la cathédrale st Nazaire de Béziers.(*Bulletin de la Société archéologique de Béziers*, 2ème série, tome II, 1860, Lettres inédites de Mairan à Bouillet, p. 168-169).

[65] Dortous de Mairan fait peu référence explicitement à Newton dans son mémoire de 1737, cependant Fontenelle, dans son commentaire sur le travail (non publié) de Mairan de 1720, l'affirme sans ambiguïté. Mairan l'avait d'ailleurs adressé à Newton en 1722.

[66] Isaac Newton, *Optique*, livre II, partie I, obs. XIV.

consacrée à l'optique dans ses *Elements de la philosophie de Newton*, adhère à cette hypothèse. Cependant dès la seconde édition, Voltaire retire ce chapitre et prend ses distances avec cette théorie de l'analogie entre les sons et les couleurs[67]. Jean Banières, opposé à Voltaire, tente de concilier son anti-newtonianisme avec la défense des thèses de Dortous de Mairan sur l'analogie entre les sons et les couleurs[68]. En revanche la théorie a été réfutée par d'autres savants comme Buffon[69] et bien d'autres. Comme le remarque justement Fontenelle dans son commentaire, « il ne faut user des analogies qu'avec une certaine circonspection, et on ne doit pas croire que pour découvrir ce qui appartient à l'acoustique ou aux tons, on n'ait qu'à recopier ce qui a été découvert sur l'optique ou sur les couleurs. Le parallèle des couleurs et des tons est assez borné » [70].

Les hésitations de d'Alembert sur la vitesse du son (1744-1747)

D'Alembert n'ignore pas le débat sur le calcul de la vitesse du son mais son intervention manque d'audace et constitue en quelque sorte une conclusion provisoire en attendant les outils analytiques qu'il est en train d'élaborer pour résoudre la question des cordes vibrantes. Voici ce qu'il dit en introduction du chapitre qui traite de la question de la vitesse du son en 1744[71] :

> Ce serait ici le lieu de donner des méthodes pour déterminer la vitesse du son : mais j'avoue que je ne suis point encore parvenu à trouver sur ce sujet rien qui puisse me satisfaire.

Jean le Rond d'Alembert publie le *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides* en 1744, il est alors âgé de 27 ans et vient d'entrer comme 'adjoint' à l'Académie Royale des Sciences. C'est son deuxième ouvrage, après le *Traité de dynamique* dont il constitue en quelque sorte une suite. L'année suivante, d'Alembert en réponse au concours suscité par l'Académie de Berlin, propose une contribution importante, les *Réflexions sur la cause générale des vents*. C'est dans cette dissertation que d'Alembert

[67] Voltaire, *Eléments de la philosophie de Newton,* 1738, seconde partie, chap. XIV. Le chapitre est supprimé à partir de 1741. On sait que Voltaire, malade en 1738, n'avait pas pu surveiller l'édition hollandaise de ces *Eléments*. Sans doute aurait-il écarté ce chapitre à ce moment, car sa correspondance montre que c'est en 1738 que Voltaire change d'avis sur les théories du père Castel.

[68] Jean Banières, Examen et réfutation des 'Eléments de la Philosophie de Newton' de M. de Voltaire et Dissertation sur la réflexion et la réfraction de la lumière 1739, préface.

[69] Georges-Louis Leclerc de Buffon, 'Sur les couleurs accidentelles', in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 1743, p. 149.

[70] Fontenelle, *Histoire de l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1737*, Paris, 1740, p. 102.

[71] Jean le Rond d'Alembert, *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides,* Paris, 1744, p.181.

pose et résout l'équation aux différences partielles qui sera utilisée par la suite dans la mathématisation de la physique des sons.

Dans le *Traité des fluides*, d'Alembert aborde très succinctement la propagation du son et sa vitesse. Il écarte rapidement la théorie d'Euler pour cause de démonstration insuffisante : « La formule donnée par M. Euler [dans la dissertation sur le feu] sans démonstration est fort différente de celle de M. Newton, et j'ignore quel chemin l'y a conduit ». D'Alembert n'a sans doute pas lu la *Dissertatio physica de sono* d'Euler : il fait ici référence à la dissertation sur le feu parue quelques années auparavant (1738). Il dit quelques mots de la théorie de Newton qui l'a laissé perplexe : « A l'égard de la formule de M. Newton, elle est démontrée dans ses *Principes*, mais c'est peut-être l'endroit le plus obscur et le plus difficile de cet ouvrage ».

D'Alembert a également lu le *Traité sur la propagation de la lumière* écrit en 1736 par Jean II Bernoulli, et il en fait le commentaire. Tout d'abord, il recadre dans de justes proportions le travail de Bernoulli qu'il considère comme une simplification de Newton :

> M. Jean Bernoulli le fils, dans la pièce sur la lumière qui a remporté le prix de l'Académie en 1736, dit qu'il n'oserait se flatter d'entendre cet endroit des *Principes*. Aussi nous donne-t-il dans la même pièce une méthode plus facile et plus aisée à suivre que celle de M. Newton, et par le moyen de laquelle il arrive à la même formule qu'a donnée ce grand géomètre.

D'Alembert procède alors à la description de la démarche de Bernoulli, et relève une erreur : d'après ce qui est écrit, la création d'une seconde fibre à partir de la première se réalise lorsque le mouvement de compression a effectué un trajet, ou une demi-oscillation. Ce qui devrait entraîner une vitesse double que celle définie par Bernoulli. D'Alembert dit alors que cette nouvelle fibre est créée après l'aller et retour du mouvement de compression le long de la première fibre, ou après une oscillation complète. Si ces fibres de Bernoulli sont équivalentes aux pulsions de Newton, alors une nouvelle pulsion est engendrée lorsque chacune a terminé son oscillation complète :

> Comme M. Newton et M. Bernoulli sont arrivés tous les deux à la même formule, je ne crois pas devoir examiner ici ce que leur théorie pourrait avoir de commun ou de différent. J'observerai seulement que M. Newton suppose, comme M. Bernoulli, qu'il s'engendre une nouvelle fibre égale à la première lorsque cette première a achevé une vibration entière ; mais j'avoue qu'il ne me paraît pas non plus avoir expliqué clairement comment une première fibre en forme une seconde égale à la première, et comment le

> nombre de fibres est égal au nombre de vibrations totales que fait ou que ferait la première fibre pendant que ces nouvelles fibres se forment.

Il semble que d'Alembert hésite à se plonger dans cette entreprise de calcul de la vitesse du son. La représentation par les fibres sonores ne lui convient pas, il préfèrerait une démarche analytique, mais les éléments de départ font défaut. Le son est fugace et invisible, et l'analyse a besoin d'un modèle qui détermine les conditions initiales. Pourtant, à la fin de son premier mémoire sur les cordes vibrantes, en 1747, il évoque une application analytique de ses recherches au calcul de la vitesse du son[72] :

> Si on supposait que la corde fît des vibrations longitudinales, au lieu de la faire perpendiculairement à la longueur, alors, imaginant que y fût l'espace décrit par un point quelconque, on aurait la même équation que ci-dessus entre y et s. Par là on pourrait calculer la vitesse du son d'une manière beaucoup plus générale qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

Cependant d'Alembert ne donne pas suite avant longtemps à ce projet. Dans sa contribution à l'Encyclopédie (article 'Son', notamment, rédigé vers 1760), d'Alembert cite, sans les expliquer, les travaux de Newton et de Jean II Bernoulli, puis il ajoute[73] :

> Un auteur qui a écrit depuis sur cette matière, prétend qu'on peut faire contre la théorie de MM. Newton et Bernoulli, une objection considérable; savoir, que ces deux auteurs supposent que le *son* se transmet par des fibres longitudinales vibrantes, qui se forment successivement, et qui sont toujours égales entre elles; or cette hypothèse n'est point démontrée, et ne paraît point même appuyée sur des preuves solides.

Cet auteur, c'est Joseph-Louis Lagrange qui critique assez sévèrement Newton et Jean II Bernoulli pour le manque de rigueur de leurs méthodes[74]. D'Alembert ne participe pas, à cette époque à cette étude analytique du phénomène sonore[75].

---

[72] D'Alembert, 'Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration', in *Mém. de l'Ac. des Sc. de Berlin*, 1747, p.214-249.

[73] Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers par une société de gens de lettres, Paris, 1751-1765, article SON (physique) t. XV, p.343-345.

[74] Joseph-Louis Lagrange, 'Recherches sur la nature et la propagation du son', in *Miscell. Taurin.*, I, 1759, et in *Œuvres*, Paris, Gauthier Villars, 1867, I, p.39-148.

D'Alembert rencontre ici les limites de la méthode issue du cartésianisme du siècle précédent qui fonde la compréhension des phénomènes naturels non perceptibles immédiatement sur des comparaisons, des analogies et des représentations. Inévitablement les obstacles surviennent et le travail du savant consiste à trouver les circonstances particulières qui peuvent permettre au modèle de fonctionner, au détriment de la rigueur nécessaire. Cette rigueur est apportée par la mathématisation, et en particulier par l'introduction de l'analyse et de l'étude des variations grâce au calcul infinitésimal. Pourtant Jean Bernoulli aussi bien que d'Alembert utilisent les outils et les formalismes de l'analyse, mais la méthode est encore récente et l'usage encore inadapté. C'est l'étude des cordes vibrantes, définitivement débarrassée de son contexte musical, qui permet, quelques années plus tard, à D'Alembert, Euler et Bernoulli, Daniel cette fois, d'appréhender la propagation des sons comme un mouvement obéissant à une équation aux dérivées partielles, l'équation d'onde, dont la solution est peu à peu élaborée par les trois savants, puis formalisée par Lagrange.

Maturité d'Euler et jeunesse de Lagrange (1748-1760)

Nouveaux regards mathématiques d'Euler sur la vitesse du son (1748)

Euler n'abandonne pas la question de la propagation du son, et, sans doute mécontent de ses errements de jeunesse, il y revient à plusieurs reprises dans ses publications. C'est ainsi que, en 1748, il fait une communication à l'Académie des Sciences de St Petersbourg sur la propagation des pulsions dans un milieu élastique[76]. Revenant sur la structure de l'air développée auparavant, il considère les corpuscules, les globules de la *Dissertatio*, dans leur équilibre et dans leurs mouvements. Ce qui intéresse Euler, ici, ce n'est plus le mouvement d'un globule, mais ce sont les interactions de deux corpuscules voisins lorsqu'ils subissent une perturbation venue d'une force extérieure. Puis il généralise à plusieurs corpuscules. Les calculs sont longs et complexes. Euler introduit largement les fonctions trigonométriques et définit des angles en radians qui évoquent la notion de phase, notion encore ignorée à cette époque. Euler reprend d'une façon différente la méthode maintenant traditionnelle de calcul de la vitesse du son à partir du produit de la racine carrée de la force élastique par un facteur (lui-même égal au produit de la racine carrée de la longueur du pendule par π pour Newton et par 4 pour Euler).

---

[75] Sur le traitement du son dans l'Encyclopédie, voir : François Baskevitch, 'L'air et le son dans l'Encyclopédie', in *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, Paris, 44, 2009.

[76] L. Euler, 'De propagatione pulsuum per medium elasticum', in *Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae,* 1, 1750, pp. 67-105.

Ici le facteur est différent, et l'expression devient (la force élastique est équivalente à la hauteur de l'air pressant, soit 27 980 000 scrupules, ou millièmes de pieds) :

$a = \frac{250 \times (1+\sqrt{3})}{\pi \times \sqrt{2}} \times \sqrt{27980000}$, *a* étant la distance parcourue par le son en une seconde, en *pieds rhénans* (on imagine que la racine carrée de 1000 est comprise dans le 250 d'origine indéterminée…). L'origine des éléments du facteur est assez mystérieuse et fait l'objet d'une bonne dizaine de pages… Cette vitesse calculée, 813 pieds par seconde (soit 255m/s), est bien entendu très faible, et cela permet à Euler de développer sa théorie. Après une trentaine de pages de calculs, il introduit un nouveau facteur *m*, venant au dénominateur, qui est le sinus d'un angle déterminé par un paramètre λ dépendant des interactions entre corpuscules lorsqu'ils sont en mouvement. Cet angle est compris entre π/3 et 2π/3, et leurs sinus entre 0,554 et 0,850, avec une préférence marquée pour un angle dont le sinus est de 0,766 (environ 50°). Dans ce cas, la vitesse est de 1061 pieds rhénans par seconde (333 m/s).

Encore préoccupé de cette question de la vitesse du son, Euler y revient dans un mémoire publié à Berlin en 1750[77]. Dans ce texte Euler s'intéresse à la lumière, et donc, comme beaucoup avant lui, il étudie à cette occasion la propagation du son. Il tente à nouveau d'expliquer la différence entre vitesse calculée et vitesse mesurée. Ecartant les explications de Newton, il explique et développe son hypothèse précédente : les pulsions successives sont accélérées du fait de la 'poussée' des ébranlements survenant derrière les premiers. En conséquence, les sont aigus, qui génèrent plus de pulsions, seraient plus rapides que les sons graves. Ceci contredit l'ensemble des observations des savants du XVIIème siècle, mais également les mesures de Derham et de Cassini de Thury. Euler n'hésite pas à effectuer une application numérique, en affectant une différence de 5 % environ entre les sons les plus graves et les plus aigus[78]. Et comme Dortous de Mairan, Euler s'appuie également sur l'analogie avec la propagation de la lumière dont on suppose la vitesse différente selon les couleurs, comme le montre l'expérience de la réfraction dans le prisme.

Pendant dix ans, à Berlin, Euler s'intéresse aux cordes vibrantes, aux prises avec d'Alembert puis avec son ami Daniel Bernoulli.

Les *Recherches sur la nature et la propagation du son* du jeune Lagrange (1758)

---

[77] Leonhard Euler, 'Coniectura physica circa propagationem soni ac luminis', in *Opuscula Varii Argumenti*, vol. 2, Berlin, 1750, p. 1-22.

[78] *Idem,* p. 10.

C'est alors qu'un jeune mathématicien de Turin écrit à Euler vers 1754 à propos de problèmes d'analyse et en particulier de cette question des vibrations, il s'agit de Joseph Louis Lagrange, alors âgé de 18 ans. Euler se prend de sympathie pour ce jeune prodige qui lui rappelle sans doute un passé pas si ancien. Lagrange écrit son premier texte publié en 1758 intitulé *Recherches sur la nature et la propagation du son*, et l'envoie à Euler qui le remercie et le complimente[79]. Dans cette lettre, Euler n'hésite pas à confier ses doutes passés et son impuissance à résoudre cette question de la vitesse du son. Il suggère également au jeune savant des pistes pour y parvenir :

> [...] Je passe à la propagation du son, dont je n' ai jamais pu venir à bout, quelques efforts que je me soit donnés, car ce que j'en avais donné dans ma jeunesse était fondé sur quelque idée illusoire, pour mettre d'accord la théorie avec l'expérience sur la vitesse du son.
>
> [...] Il est bien remarquable que la propagation du son se fait actuellement plus vite que le calcul marque, et je renonce à présent à la pensée que j'eus autrefois, que les ébranlements suivants pourraient accélérer la propagation des précédents, de sorte que, plus un son serait aigu, plus serait grande sa vitesse, comme vous avez peut-être vu dans nos derniers mémoires.
>
> Il m'est aussi venu dans l'esprit, si la grandeur des ébranlements n' y pourrait causer quelque accélération, puisque dans les calculs on les a supposés infiniment petits, et il est évident que la grandeur changerait le calcul et le rendrait intraitable. Mais autant que j'y puis entrevoir, il me semble que cette circonstance diminuerait plutôt la vitesse.

Puis il propose encore une solution qui consiste à passer d'un espace unidimensionnel (la théorie du mouvement des particules était supposée s'effectuer sur une ligne) à un espace à deux dimensions, ce qu'Euler va entreprendre, puis à trois dimensions, « car on a lieu de douter si la propagation serait alors la même ».

Le mémoire de Lagrange est historique : non seulement il y réfute de façon argumentée la méthode de Newton sur les mouvements de vibrations des particules dans l'air et sur le mouvement des pulsions, mais il établit la théorie moderne de la propagation du son et constitue le fondement de l'acoustique physique. Toutefois la question de la vitesse du son ne progresse pas, Lagrange trouve la même formulation que Newton, Euler et Jean Bernoulli, par une méthode encore différente. Mais il ne cherche pas à concilier le résultat avec les mesures. Lagrange est un théoricien.

---

[79] Joseph-Louis Lagrange, 'Recherches sur la nature et la propagation du son', in *Miscell. Taurin.*, I, 1759, et in *Œuvres*, Paris, Gauthier Villars, 1867, I, p.39-148.

La solution est apportée par Laplace (1808)

Cette question de la vitesse du son n'est pas terminée, elle suscite d'autres publications après 1760, de la part de d'Alembert qui s'empare enfin du sujet, de Jean-Henri Lambert, puis d'Euler qui y revient à nouveau, et enfin, après un abandon provisoire de ce sujet, Laplace qui trouve en 1808 la solution du problème de la vitesse du son, dans le cadre de la thermodynamique naissante.

En effet, les petites variations de pression qui constituent la propagation du son s'effectuent dans un volume constant, sans échange de chaleur. On dit que la déformation est adiabatique (sans échange de chaleur). Ce qui s'exprime par un rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant différent de l'unité. Il s'agit ainsi d'une altération de la loi dite 'des gaz parfaits' selon laquelle le rapport du produit de la pression par le volume sur la température est une constante (PV/T=k)[80] :

> La vitesse réelle du son est égale au produit de la vitesse que donne la formule newtonienne par la racine carrée du rapport de la chaleur spécifique de l'air soumis à la pression constante de l'atmosphère et à différentes températures, à sa chaleur spécifique lorsque son volume reste constant.

Cette racine carrée du rapport des chaleurs spécifiques est en général notée $\sqrt{\gamma}$, et sa valeur, déterminée empiriquement, est, pour l'air, d'environ 1,1832.

Derrière cette longue controverse entre expérimentateurs et théoriciens, les physiciens et les géomètres, c'est la physique future qui se construit. La mathématisation de la physique est longue à germer dans une communauté où les représentations et les analogies sont les méthodes de raisonnement les plus pratiquées par les savants.

[80] Pierre Simon Laplace, 'Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau', in *Annales de Chimie et de Physique*, III, 1816, p. 238-241.

Annexes

Tableau chronologique des mesures de la vitesse du son (1630-1750)

Pieds de Paris : 1 pied = 0,3248m. Toises parisiennes : 1 toise = 6 pieds, donc 1,9488m.
Pieds Anglais : 1 pied = 0,3043m, soit 1 pied de Paris / 1,0675
Pieds du Rhin : 1 pied = 0,3139m, soit 1 pied de Paris / 1,035

Année	Savant	Lieu	Sources et commentaires	Mesure annoncée et unité de longueur	m/s	Pieds de Paris	Toises de Paris	Pieds anglais
1627	Mersenne	Siège de La Rochelle	*Harmonie Universelle,*I, 8, p. 15.	2000 pas en huit battements de pouls 3500 pas en dix battements[81]	200 et 284 (271 et 355)	625 et 875 (833 et 1094)	104 et 146 (139 et 182)	
1633 ?	Mersenne	Parc de Verderonne	*Harmonie Universelle,* III, p.214[82].	162 toises	316	972	**162**	1038
1636	Mersenne	Montmorency	*Harmonie Univ.*, VIII, 9, p.44[83].	230 toises	448	1380	**230**	1473[84]
1639	Roberval	Siège de Thionville	Mersenne, *Cogitata … Ballistica*, p. 140.	2500 toises en 13 ou 14 secondes	347 à 374	1068 à 1152	**178 à 192**	1140 à 1230
1644	Mersenne	Paris	*Cogitata physico-math, Ballistica*, 1644, 39, p. 138	1152 toises en 5 sec., d'où 230 toises/s	448	1380	**230**	1473
1649	Gassendi (Mersenne)	Paris	*Animadversiones*, 1649, p. 280[85].	'1473' pieds, soit 245 toises	479	1473	245	'1473'

[81] Le pas commun fait 2,5 pieds de roi, soit 0,812 m. Mersenne considère un battement de pouls comme équivalent à une seconde : « dix battements font presque la sixième partie d'une minute », soit une pulsation cardiaque à 60/min. ce qui est faible. Si on prend une pulsation à 80/min, on obtient des valeurs pertinentes : 271 à 355 m/s. La description est d'ailleurs à l'avantage de 3500 pas en 8 sec. (355m/s). Après la proposition de Francis Bacon, il s'agit de la première expérience utilisant le canon.

[82] Mesures par l'écho de la voix et avec une horloge.

[83] Mesures avec la voix, un pistolet et un mousquet. Mersenne affirme avoir répété plusieurs fois l'expérience, dans différentes conditions et différents lieux et sur 5 secondes mesurées par une horloge à pendule de longueur 3,5 pieds (1,1368 m), d'où une seconde trop longue (rapport de 1,069). La valeur corrigée serait de 215 toises par seconde (419 m/s), ce qui donne encore une erreur de 23%.

[84] 1474 pieds anglais selon Derham.

Année	Savant	Lieu	Sources et commentaires	Mesure annoncée et unité de longueur	m/s	Pieds de Paris	Toises de Paris	Pieds anglais
1656-1659	Savants Florentins	Florence	*Saggi di naturali esperienze* 1666, p.263	1 *miglio* en 5 secondes = 600 brasses/s[86]	350	1077	179 ou 177	1135
1665 ?	Boyle	Londres	*Essay of languid motion*, p. 24	1200 pieds anglais	365	1124	187	**1200**
1669	Huygens	Viry	*Œuvres Complètes,* T XIX, p. 372	1076 pieds de Paris	350	**1076**	179	1149
1677	Cassini-Picard-Roemer	Paris	*Procès-verbaux de l'Académie Royale des Sciences* (26 juin 1677)	1280 toises en 7 secondes	356	**1097**	183	1171[87]
1687	Newton	*'in porticu colegii nostrii'*	*Principia*, 1687, p. 371[88].	866 à 1272 pieds anglais	263 à 386	811 à 1192	135 à 198	**866 à 1272**
		déterminée par calcul	*Principia*, 1687, p. 370[89].	968 pieds anglais	295	907	151	**968**
1698	Walker	Londres	*Phil. Trans*. 247, 1698, p. 433-438[90].	1300 pieds anglais	396	1218	203	**1300**
1694	Roberts	Londres	*Phil. Trans*. 209, 1694, p.103[91].	1300 pieds anglais	396	1218	203	**1300**
1700 ?	Flamstead-Haley	Londres	Cité par Derham, *Phil. Trans*. 313, 1708	3 miles en 13 1/2 secondes = 1142 pieds anglais / sec.	348	1070	178	**1142**

85 Mesure de Mersenne reprise par Gassendi. Musschenbroek a commis une erreur d'unité (*Essai de physique,* t 2, p. 697) : ce sont des pieds anglais, Musschenbroek a confondu avec les pieds de Paris.

86 1 brasse = 22 pouces rhénans. 350 m/s selon Poggendorff, 345 m/s selon mes calculs. 1077 pieds de Paris par seconde selon Poggendorff, 1063 selon mes calculs. 1148 pieds anglais selon Derham.

87 1172 selon Derham

88 Mesure par écho. Le rapport d'expérience est supprimé dans l'édition de 1726 et après.

89 Valeur modifiée dans l'édition de 1726 (968 pieds anglais en 1687, 979 à partir de 1726).

90 Mesure par écho. Moyenne des mesures : 1300 pieds anglais, 1338 selon Derham.

91 Pas de mesure, juste une indication : 1300 pieds par seconde, à la fin d'un article sur la distance des étoiles…

Année	Savant	Lieu	Sources et commentaires	Mesure annoncée et unité de longueur	m/s	Pieds de Paris	Toises de Paris	Pieds anglais
1704-1706	Derham	Blackheath - Upminster	*Phil. Trans.*313 1708, p. 2-35	13 miles en 120 demi-secondes[92] 1142 pieds angl. / seconde	348	1070	178	**1142**
1726	Newton	Déterminée par calcul	*Principia*, 1726, livre II, sect. L.[93]	979 pieds anglais par seconde	298	917	153	**979**
1727	Euler	Déterminée par calcul	*Dissertatio physica de sono*, 1727	1069 pieds rhénans /sec.	336	1033	172	1103
				1222 pieds rhénans / sec.	384	1180	197	1260
1737	Cassini de Thury	Paris	*Mém. Ac. Roy. Sciences*, 1738, p.128	11758 toises en 1 minute et 8 sec., d'où 173 toises/s.	337	**1038**	173	1108
1740	Blanconi	Bologne	*De bononiensi scientiarum commentarii*, 2(1), 1745, pp. 361-371[94].	à 28°C : 13 milles en 76 s.	336	1033	172	1103
				à –1°C :13 milles en 79 s.	323	994	166	1061
1743	La Condamine	Quito	*Mém. Ac. Roy. Sciences*, 1745, p.488	175 toises / sec.	341	**1050**	175	1121
		Cayenne	*Mém. Ac. Roy. Sciences*, 1745, p.489	183,5 toises / sec.	358	**1101**	184	1175

[92] Soit 1 mile (5280 pieds anglais) en 9,25 demi-seconde, d'où 1142 pieds anglais par seconde

[93] Mesure reprise dans toutes les traductions qui suivent.

[94] Mesure sur 13 milles de Bologne = 78542 pieds de Paris. (1 mille de Bologne = 5000 pieds de Bologne ; 1 pied de Bologne = 14,5 pouces de Paris ; 1 mille = 6042 pieds de Paris). Première mesure faisant intervenir la température.

La *Dissertatio physica* de sono d'Euler, texte latin

Leonhard Euler - Dissertatio physica de sono – 1727
Leonhardi Euleri Opera omnia, ser. III, vol. I, Berlin, 1926, p. 181-196

Q.F.F.Q.S.
Dissertatio physica de sono
Quam annuente numine divino
Jussu magnifici et sapientissimi philosophorum ordinis
pro
Vacante professione physica
Ad d. 18 Febr. A. MDCCXXVII.
In auditorio juridico hora 9.

Publico Eruditorum Examini subjicit
Leonhardus Eulerus
A.L.M.
Respondente
Praestantissimo Adolescente
Ernesto Ludovico Burcardo
Phil. Cand.

Basilae
Typis E. et J.R. Thurnisiorum, fratrum.

Caput I.

De Natura et Propagatione Soni.

§ 1.

Obscura admodum atque confusa fuit vererum Philosophorum soni explicatio, quantum ex scriptis eorum nobis relictis intelligi potest. Alii, cum Epicuro sonum instar fluminis ex corporibus sonoris pulsatis emanare statuerunt. Alii autem et præprimis interpretes Aristotelis latini cum illo naturam soni posuerunt in fractione aëris, quæ oritur ex collisione vehementior corporum. Inter recentiores Honoratus Fabri atque Cartesius invenerunt sonum consistere in aëris tremore, de isto autem tremore pariter confuse sentiebant. Acutissimus Neutonus, hanc rem accuratius expendere atque exponere aggressus est, præcipue soni propagationem explicando, verum parum feliciori successu. Arduam ergo hanc de sone materiam, istac in dissertatione tractare, atque pro viribus dilucidare constitui, duobus capitibus eam comprehendendo. Priore hoc capite scilicet perpendetur, qua in re sonus consistat, et quomodo ab uno loco ad alium propagetur. In posteriore autem, tres sonum producendi modi considerabuntur.

§ 2.

Antequam autem ipsius soni tractationem aggrediar, quædam de aëre, utpote soni subiecto præmittenda sunt. Aërem concipio constantem ex globulis infinite parvis, compressis ab incumbente pondere atmosphærico et tanto gaudentibus elaterio, ut semota vi comprimente sese queant in statum naturalem restituere. Cum itaque pondus aëris superioris inferiorem comprimat, prohibeatque ne globuli aërei extendantur, vis globulorum aëreorum elastica æquatur ponderi atmosphæræ ; quocirca eam experimentis definire licet, æqualis nempe est, maximo existente pondere atmosphæræ, columnæ Mercuriali altæ 2460 scrupula seu millesimas pedis Rhenani[95], quam mensuram in posterum semper adhibebo ; sin autem atmosphæra minimo pondero gavisa fuerit, æquivalens deprehenditur vis aëris elastica columnæ Mercuriali altitudinis 2260 scrupulorum. Quin etiam pondus aëris ope antliæ pneumaticæ determinatum est ; gravitas enim specifica argenti vivi se habere observata est ad gravitatem specificam aëris maximo calore ut 12000 ad 1, et summo frigore ut 10000 ad 1 circiter.

§ 3.

Si concipiamus in serie globulorum aëreorum unum reliquis magis compressum, ille sui iuris factus dilatabitur, globulos circumiectos quaquaversus impellendo ac compressionem in illos effundendo, qui ulterius alios impellent, ut globuli procul dissiti aliquantillum compressionem sentiant. Atque hac ratione sonus in alia loca transfertur. Cum autem motus, quo globulus ille se expandit, postquam in æqualem cum ceteris statum redierit subito cohiberi nequeat, nimium is extendetur; unde a reliquis rursus comprimetur, denuo tamen nimis ; ut itaque motu tremulo unusquisque ab illo primo non nimis dissitus globulus modo se dilatet, modo se rursus contrahat. Iste autem tremor globulorum aëris in instante cessare debet ob globulorum infinite exiguam magnitudinem, et inde dependens infinite breve unius oscillationis tempus ; edendæ igitur essent ab huiusmodi globulo tempore finito oscillationes seu undulationes innumeræ, quod vero ob motus

---

[95] 1 pes Rhenanus est 313,8355 mm.

cuiusvis globuli continuam diminutionem fieri nequit. Quum autem ad sensum in nobis excitandum tempus requiratur finitum, in isto aëris motu tremulo sonus consistere nequit.

§ 4.

Tum demum oritur sonus, cum idem globulus a vi aliena, intervallis interpositis finitis[96], crebriores patitur compressiones ; requiritur scilicet ad sonum excitandum, ut idem globulus alternatim contrahatur atque relaxetur ; verum tempora harum oscillationum non infinite parva esse debent, sed finita, ut numerus vibrationum seu oscillationum illarum dato tempore determinari queat ; numerus scilicet pulsuum in auris organum dato tempore finito illidentium tantus esse debet, ut numeris exprimi possit.

§ 5.

Cognito iam tremore[97], in quo sonus consistit, facile erit explicare sonorum diversitates ; hic nonnisi primarias adducam. Distribuitur vulgo sonus in magnum et parvum. Magnus est vel vehemens, cum compressiones globulorum aëreorum sunt validiores ; sonus vero debilis vel parvus est, cum compressiones illæ debiliores sunt. Quum sonus globulo tremulo facto propagetur communicatione compressionis cum globulis undequaque circumpositis, horum autem numerus crescat in ratione duplicata distantiarum a loco originis, decrescet soni vehementia in ratione distantiarium duplicata inversa, ni forte sonus aliunde augmenta accipiat.

§ 6.

Maximi momenti soni distinctio est in gravem atque acutum. Gravis est, cum vibrationes globulorum aëreorum tardius se invicem insequuntur, seu cum dato tempore rariores eduntur undulationes. Acutus autem est sonus cuius vibrationes breviores interpositas habent morulas, ut adeo plures eodem tempore peragantur oscillationes. Et hinc soni, respectu gravis et acuti, sunt inter se in ratione numeri oscillationum dato tempore factarum.

---

[96] Dans l'édition Haller, 1751, il n'y a pas de virgule, ce qui indique que *intervallis interpositis finitis* peut être le complément à l'ablatif du comparatif *crebrior*.

[97] Dans l'édition Haller, 1751, on trouve *tempore*, repris par Ian Bruce, 2002, mais cela n'a pas de sens. Il est plus pertinent de suivre le texte de l'édition de Berlin, 1926.

§ 7.

Sonus etiam est vel simplex vel compositus. Simplex sonus est, cuius vibrationes æqualiter inter se sunt distantes æquaque fortes. Compositus constat pluribus sonis simplicibus simul sonantibus ; hic constituit vel consonantiam, vel dissonantiam. Consonantia percipitur sonis simplicibus componentibus rationem servantibus simpliciorem, v. g. duplam ut in diapason, vel sesquialteram ut in diapente etc. Dissonantiæ autem sunt, cum ratio sonorum componentium magis est abstrusa, v. g. superbipartiens septimas, quemadmodum in tritono.

§ 8.

Contemplemur iam soni propagationem aliquantum attentius, id quod non incongrue fiet, id ex Theoria supra iacta computetur spatium, quod sonus tempore dato pervadere potest, v. g. minuto horæ secundo ; observatum enim est sonos omnes, sive magnos sive parvos, sive graves sive acutos, eodem tempore per datum spatium ferri, nec non eos perpetuo eadem velocitate promoveri. Ut illud præstetur, quærendum est, quanto tempore globulus aëreus compressus compressionem ad datam distantiam protrudere queat. Id quod ex regulis communicationis motus et contemplatione naturæ aëris haud difficulter erui potest; ipsum quidem inveniendi modum, ut evitem iconismos, omitto, quod autem inde resultat, appono.

§ 9

Sit (ut rem generaliter complectar) gravitas merurii specifica ad aëris gravitatem ut n ad 1, altitudo mercurii in barometro = k, longitudino penduli = f, secundum cuius oscillationes tempus, quo sonus per intervallum a transmittitur, dimetiri lubet. Hisce factis denominationibus ego invenio, quod tempus unius oscillationis penduli, f, se habeat ad tempus propagationis soni per intervallum a ut 1 ad $\dfrac{a}{4\times\sqrt{n\times k\times f}}$.

§ 10.

Si a et k determinentur in scrupulis, loco f autem ponatur 3166, indigitabit hic valor $\dfrac{a}{4\times\sqrt{3166\times n\times k}}$, quot minutis sucundis sonus per intervallum a propagari debeat. Est enim longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis scrup. 3166. Cum itaque distantia a absolvatur tempore $\dfrac{a}{4\times\sqrt{3166\times n\times k}}$, erit distantia, ad quam sonus uno minuto secundo diffunditur scrup. $4\times\sqrt{3166\times n\times k}$

§ 11.

Unde haec fluunt consectaria. Manente *nk* eodem celeritas soni eadem quoque erit adeoque, si fuerint densitates aëris elasticitatibus proportionales, soni eadem celeritate provehuntur, scilicet in aëre quam maxime compresso sonus ad sensum non celerius quam in aëre maxime rarefacto promovetur. Et hinc sonus in summis montibus eadem velocitate progredi debet, qua in imis vallibus, nisi aliae causae accesserint mox exponendae.

§ 12.

Crescente facto *nk* soni celeritas augeri debet. Densitate ergo aëris manente vel minuta, elaterio autem aucto soni celeritas maior erit ; sin vero e contrario aëris densitas crescat, elaterio manente vel minuto, sonus retardabitur. Atque hinc colligitur, cum aëris tellurem cingentis et pondus seu densitas et vis elastica variis obnoxia sit mutationibus, soni velocitatem subinde quoque variari. Maxima ergo soni

celeritas erit maximo calore coeloque sudo seu accuratius liquoribus in barometro et thermometro ad summam altitudinem elevatis. Acerbissimo vero frigore et saevissima tempestate celeritas soni minima esse debet, id quod evenit liquoribus in barometris et thermometris in infimis locis existentibus.

§ 13.

Maxima ergo soni celeritas reperietur, si ponatur loco *n* 12000 et loco *k* 2460 scrup., ut adeo spatium uno secundo a sono percursum reperiatur scrup. $4\times\sqrt{3166\times12000\times2460}$ = 1 222 800, i. e. sonus maxima celeritate pervadere debet secundum istam meam Theoriam intervallo minuti secundi 1222 pedes Rhenanos. Minima vero soni celeritas habebitur ponendo pro *n* 10000 et pro *k* 2260, ut adeo spatium secundo emensum sit scrupulorum , $4\times\sqrt{3166\times10000\times2260}$ = 1 069 600, seu 1069 pedum. Distantia ergo, ad quam sonus secundo dispergi debet, continetur inter hos limites 1222 et 1069 ped.

§ 14.

Si ista cum experientia conferantur, egregie cum ea consentire reperientur, id quod meam methodum confirmabit. Observarunt enim Flamstedius[98] et Derhamius[99]

[98] J. Flamsteed (1646 – 1719) in observatorio ab ea a. 1675 in oppido Greenwich instituto una cum Ed. Halley (1656 - 1742) soni celeratem in aëre determinaverat (F.R.).

accuratissime institutis experimentis sonum tempore minuti secundi percurrere 1108 pedes, qui numerus fere medium tenet inter limites inventos. Si iam condideremus, quae Neutonus[100] hac de re habet *Phil.* lib. II sectione VIII, invenit ille pro distantia, quam sonus minuto secundo percurrit (ad nostrum loquendi modum eius ratiocinio reducto) scrup. Rhenani $\frac{p}{d} \times \sqrt{3166 \times n \times k}$ denotante $\frac{d}{p}$ rationem diametri ad peripheriam, i. e. quam proxime $\frac{7}{22}$. Est itaque eius expressio nostra minor, si quidem Neutonus $\sqrt{3166 \times n \times k}$ ducat in $3\frac{1}{7}$, ego autem loco huius numeri adhibeam 4.

§ 15.

Hinc ergo mirum non est, quod acutissimus Neutonus nimis exiguam inveniat distantiam, ad quam sonus secundo minuto pertingit ; maiorem eam non determinat quam 947 ped., quae sane ingens est discrepantia ab illa distantia, quae experimentis erat inventa ; quod autem ad confirmationem methodi affert, tribuendo istam discrepantiam impuritati aëris, mera est tergiversatio. Utcumque enim aër vaporibus sit infectus, vis eius elastica aequalis semper est ponderi atmosphaerico pondusque aëris inde ad sensum quoque non mutatur. His vero obtinentibus soni celeritas mutationem ullam perpeti non potest. Nec magnitudo molecularum aërearum quicquam ad rem facit.

Caput II

De productione soni

§ 16.

Ad producendum sonum requiritur, ut aër eo, quem capite praecedente exposui, modo tremulus reddatur, scilicet ut globuli aëris habeant contractiones atque expansiones finito tempore a se invicem separatas. Huiusmodi tremulum motum aëris triplici modo diverso, imprimis ex triplici sonorum genere concludere

---

[99] W. Derham (1657 - 1735), Experimenta et observationes de soni motu aliisque ad id attinentibus, Philosophical Transactions (London) 26, 1708, no. 313, p. 1 (F.R.).

[100] I. Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica lib. II prop. 50, scholium; editio secunda, Cantabrigiae 1713, p. 342 – 344 (F.R.).

potui. Quocirca isto in capite de tribus diversis sonum producendi modis verba erunt facienda. Refero autem ad genus sonorum primum sonus chordarum, tympanorum, campanarum, instrumentorum lingulis instructorum, etc., omnes scilicet sonos, qui originem suam debent corpori solido contremiscenti. Ad secundum genus referendi sunt soni tonitrus, bombardarum atque virgarum et quorumvis corporum vehementius commotorum, omnes nimirum soni orti a subitanea restitutione aëris compressi, ut et validiore percussione aëris. Tertio generi autem annumero sonos tibiarum, quorum naturam, cum nemo hactenus quicquam solidi hac de re dederit, diligentius expendam.

§ 17.

Ad primum sonorum genus hactenus omnes, quantum scio, cunctos plane sonos referebant arbitrabanturque nullum sonum nisi a corpore solido contremiscente exoriri posse ; falsitas autem huius sententiae mox ob oculos ponetur, cum duos reliquos sonum producendi modos explicaturus ero. Nunc autem modus, quo soni excitantur, primus accuratius perpendendus est. Verum in praesentiam nonnisi, cum

reliqua facile eo reduci queant, chordas, quomodo et quales edant sonos, contemplabor. Ad quod exactius obtinendum chordas ut pondere tensas considero, cum alias circumvolutione circa columnam extenduntur, ut accurate vim chordam extendentem metiri liceat.

§ 18.

Ante omnia observandum est chordas easdem aequales ratione gravis et acuti edere sonos, quacunque vi pulsentur, licet ingens esse possit discrepantia ratione vehementiae et debilitatis ; soni enim vehementia est ut celeritas, qua chorda aërem percutit, sonique aeque fortes sunt, si aër eadem vi impellitur. Quocirca, cum soni musici tam graves quam acuti aequaliter fortes esse debeant, ut dulcis harmonia habeatur, in fabricatione instrumentorum musicorum probe in id incumbendum est, ut soni ratione fortitudinis seu roboris aequales edantur, ad quod obtinendum sequentes regulae, que quidem a recentioribus artificibus ex multiplici praxi crasse iam erutae sunt, quarum vero veritas ex sequentibus perfecte patebit, diligenter observandae sunt.

I. Chordarum longitudines sint in reciproca ratione sonorum, i. e. numeri vibrationum dato tempore edendarum.

II. Chordarum crassitudines seu sectiones transversae sint quoque in ratione reciproca sonorum, si scilicet eiusdem materiae chordae in usum vocentur ; sin vero minus, tum cum ratione crassitudinis densitatis ratio inversa coniungenda est.

Ad instrumenta tibiis instructa regulae istae quoque applicari possunt, sumendo ibi loco longitudinis chordarum longitudinem seu altitudinem tibiarum et loco crassitudinis chordarum amplitudinem tibiarum internam.

§ 19.

Quando chorda oscillatur, aëreos globulos ferit, qui, cum in instanti cedere nequeant, comprimuntur ; durante autem oscillatorio motu globuli aërei continuo novas patiuntur compressiones, unde sonus oritur. Aër itaque toties ferit aurem seu tympanum auris, quoties chorda redierit. Adeoque reperiri poterit numerus percussionum uniuscuiusque soni dato tempore aurem invectarum, investigando scilicet numerum oscillationum chordae sonum illum edentis eodem tempore. Mea solutio autem, quae cum solutionibus Cl. Cl. D. D. Joh. Bernoullii[101] atque Brook Tayloris[102] exacte conspirat, est haec.

§ 20.

Sit pondus chordam tendens = p, pondus chordae = q et longitudo chordae = a, ex quibus tribus datis numerus vibrationum dato tempore inveniendus proponitur. Invenio ego pro numero oscillationum uno minuto secundo editarum $\frac{22}{7}\sqrt{\frac{3166p}{aq}}$, ubi a determinari debet in scrupulis. Huic numero cum sonus proportionalis sit, soni a diversis chordis editi erunt inter se ut $\sqrt{\frac{p}{aq}}$, i. e. soni sunt in ratione subduplicata composita ex ponderis tendentis directa et reciproca longitudinis et ponderis chordae. Plura hinc magis particularia consectaria non deduco, sed inquiram in naturam sonorum cognitorum atque numeros vibrationum illis respondentes ex experimento a me hunc in finem instituto.

---

101 Johannes Bernoulli (1667 - 1748), Meditationes de chordis vibrantious, Commt. acad. sc.Petrop. 8 (1728), 1732, p. 13; Opera omnia, Lausannae et Genevae 1742, t. III, p. 198 (F.R.).

102 Brook Taylor (1685 - 1731), Methodus incrementorum directa et inversa, Londini 1715, p. 26

§ 21.

Sumsi chordam aëneam ex eius crassitiei genere, quod No. 18 indigitatur, longitudinis 980 scrup., quae ponderabat $\frac{49}{175000}$ libr., eamque tetendi pondere $\frac{11}{4}$ libr., qua pulsa deprehendi sonum convenisse cum eo, in instrumento chorali modo, ut aiunt, adaptato, qui musicis audit $\overline{ds}$. Hinc ergo licebat supputare, quoties iste sonus et proin quivis alius dato tempore auditus organum feriat ; in data enim formula generali, si substituatur loco a 980, loco p $\frac{11}{4}$ libr., loco q $\frac{49}{175000}$, sonus $\overline{ds}$ minuto secundo habere invenietur vibrationes 559 et cum sit $\overline{ds}$ ad $\bar{c}$ ut 6 ad 5, habebit sonus $\bar{c}$ 466 et proinde infimum C 116 vibrationes.

§ 22.

Ad hunc modum productionis soni quoque referendi sunt soni a lingulis seu laminis elasticis tubo insertis inflatione venti editi, quanquam quoque ex parte ad tertium modum pertineant ; ad utrumque enim pertinent. Huiusmodi machinas videre est in variis organis pneumaticis tubarum, buccinarum, ut et hominum cantus imitantibus, quae instrumenta omnia vento inflari debent ad id, ut sonum edant. Ventus, transitum sibi quaerendo, aperit lingulam instar valvulae, nimium autem eam aperiendo tendit, ut rursus valvula retrocedat, in priorem statum tendendo, quae proinde denuo aperitur, ut ita motu tremulo aërem transeuntem inficiat. Necesse quidem esset, ut vento aequabiliter flante valvula tandem quiesceret sonusque cessaret ; ad hoc autem cavendum ventus ipse, praeterquam quod per se, dum e follibus propellitur, non aequabiliter orificia machinarum impetat, ope valvulae tubo ventum deferenti insertae tremulus redditur.

§ 23.

Eodem plane modo vox humana generatur ; lingulae enim locum in organo loquelae obtinet epiglottis, quae tremula redditur ab aëre per arteriam asperam ascendente. Tremulus iste motus aëris egredientis cum in capite arteriae asperae tum in cavitate oris variis modis immutatur, ex quo vox gravis atque acuta inflectitur variique vocales formantur, qui soni ope labiorum, linguae atque faucium consonantibus exornantur. Quin et naso, cum aëri ab epiglottide tremulo reddito exitus per nasum quoque pateat, varii soni respectu gravis et acuti edi possunt, qui autem a sonis oris in eo differunt, quod nec vocalibus distincte interstingui nec consonantibus condiri possint.

§ 24.

Isti autem soni a lingulis tremulis editi, nisi in tubis confirmentur, admodum debiles essent, ut percipi vix possent, quemadmodum observare est in lamina contremiscente, ubi nil fere auribus percipitur. Mirum autem in modum soni isti intenduntur in tubis atque vox humana in ore, nec non quoad gravitatem atque aciem ingens mutatio huiusmodi sonis infertur in tubo. Verum de hisce soni intensionibus ac inflexionibus hic non est locus fusius disserere ; peculiari opus esset capite, quo ista materia accuratius expenderetur, ubi explicanda quoque veniret mirifica soni in tubis stenterophonicis amplificatio, ut et doctrina de Echo pluraque alia ; sed istam materiam accuratius perpendere nondum vacavit, et quae in aliorum scriptis continentur, quantum ex iis perspexi admodum confusa sunt et maximam partem falsa.

§ 25.

Ad secundum sonorum classem retuli eos sonos, qui oriuntur vel notabili aëris quantitate compressa subito dimissa vel validiore aëris percussione. Posteriori modo aër quoque comprimitur, cum corpori verberanti loci cessionem denegare conetur, unde aër iterum sibi relictus sese expandit. Causa itaque sonorum ad secundam classem pertinentium est restitutio aëris antea compressi. Istam vero restitutionem sonum generare debere exinde patet, quos aër compressus sese dilatando nimium expandat et proinde iterum contrahatur et ita porro, qua undatione aëris fit, ut quoque minimi aërei globuli, quippe qui aëris massam componunt, motum istum tremulum participent atque per consequens sonum producant ; ubi notandum, ut, quo maior aëris copia sit compressa, eo graviorem edi sonum, ac quo minor ea sit, eo

acutiorem. Huiusmodi vero soni diu durare nequeunt, sed e vestigio cessare debent, quia aër, motum in longe dissita loca diffundendo, motum tremulum statim amittit.

§ 26.

Omnes ergo causae, quae aërem vel iam compressum dimittere vel vero comprimere, ita tamen, ut se statim relaxare possit, valent, ad sonum producendum aptae sunt. Quocirca omnes velociores corporum motiones in aëre sonum edere debent ; motis emim corporibus aër ob propriam inertiam liberrime cedere nescius comprimitur rursusque se dilatando motum tremulum globulis aëreis minimis inducit, ad sonum producendum aptum. Hinc fluunt soni vehementius vibratarum virgarum, ut et omnium velocius motorum corporum. Soni quoque flatuum atque ventorum ex hoc fonte originem ducunt ; aër enim praecedens ab insequente etiam comprimitur, quemadmodum a corpore duro.

§ 27.

Soni, qui oriuntur aëre iam compresso subito relaxato, facile validissimi sunt tormentorum atque tonitrui. Horum autem immensorum sonorum causam esse restitutionem aëris compressi comprobant varia experimenta pulvere pyrio atque nitro instituta, quandoquidem repertum sit aërem inibi quam maxime esse condensatum, cui inflammatione nitri viae exitum ei praebentes adaperiuntur, ut maximo impetu erumpere queat. Cum autem ex materia nitrosa et pulvis pyrius, et multi vapores nubes constituentes constent, mirum non est, ignem ista materia concipiente, tam stupendos inde resultare sonos.

§ 28.

Tertium sonorum genus constituunt soni tibiarum. Horum sonorum explicatio quovis tempore naturae scrutatores mirum in modum torsit. Plerique existimavere inflatione tibiarum minimas internae superficiei particulas impelli atque ad motum tremulum sollicitari, ut ita interna tibiarum superficies inflatione tremens reddatur faciatque oscillationes cum aëre communicandas ; sed quomodo ista explicatio cum legibus naturae et motus consistant, ipsi inquirant. Ego sane concipere nequeo, quomodo duntaxat differentia sonorum tibiarum diversae altitudinis non mutata earum amplitudine exinde exponi possit ; quare enim particulae internae, si unquam motum concipiant, pro diversa altitudine tuborum diversimode oscillari debeant, videre non possum, brevi vix arbitror vel unicum tibiis institutum experimentum ex ista theoria explicari posse.

§ 29.

Ut autem veram huius rei explicationem nanciscar, primum tibiarum structura, et quaenam in illis, dum inflantur, eveniant, accuratius perpendenda sunt. Sunt tibiae seu fistulae tubi, quibus infra iunctum est peristomium cavum aëri recipiendo aptum, quod versus tubum in crenam desinit directe oppositam lateri cuidam internae tubi superficiei, eum in finem, ut aër peristomio inflatus per fissuram in tubum secundum eius longitudinem irruat, rependo super superficie tubi interna ; si fistula hoc modo constructa sit, sonum inflata edit, uti facile patet, si quivis tubus peristomo destitutus ita quoque infletur, ut aër in tubum super superficie interna repat, tum enim sonum etiam sicut tibia edit. Interna autem tubi superficies dura laevisque esse debet, ne aëri irruenti cedere, nec illi in tubo contento locum sese expandendi dare possit, quocirca fistulae ex tubis ad latera clausis atque rigidis interneque non scabris parari debent.

§ 30.

Videamus iam, quid in fistula, dum inflatur, eveniat, quod aërem tremulum reddere possit, seu qua ratione aër dicto modo in tubum reptans aërem in tubo contentum tremulum reddere queat. Manifestum est, aëre in tibiam ingrediente, comprehensum in illa aërem secundum longitudinem compressum iri ; qui cum sese rursus expandat, verum nimis, comprimetur rursus a pondere premente atmosphaerico, ut ita motus tremulus in tubo producatur, qui tremor causa soni proxima est. Atque sic detecta est causa sone tibiarum vera, cuius autem realitas et veritas abundius innotescet, cum ad explicationem eventorum circa sonum tibiarum observatorum descendetur ; penitius autem prius considerandus est modus, quo motus ille tremulus prodicitur.

§ 31.

Columna aërea in fistula sese secundum amplitudinem expandendo ac contrahendo more chordarum undat atque idcirco istam columnam considerabo ut fasciculum chordarum aërearum tensarum a pondere atmosphaerico. Licet autem pondera chordas tendentia eas divellere conentur, hic vero directe contrarium obtineat, cum columna illa aërea a pondere atmosphaerico coarctetur, nihilo tamen minus analogia legitima est ; eundem enim pondus atmosphaerae exerit in columnam aëream effectum, quem pondera tendentia in chordas, si quidem utrinque, ibi pondus atmosphaerae, hic pondera tendentia, chordas nimium extensa rursus comprimunt. Loco autem, quod chordae ordinariae unico in puncto pulsatae sonum edant, chordae illae aëreae, cum pulsu unico in puncto facto totae ob discontinuationem partium contremiscere nequeant, simul per integram longitudinem pulsari debent, id quod sit in tibiis, ubi aër irrepens per totam longitudinem aërem in tubo contentum comprimit.

§ 32.

Ad inveniendum itaque oscillationes aëris in tibiis seu ad determinandum numerum undulationum cuiusvis fistulae res eo redit, ut aër in tubo habeatur pro chorda tensa utrinque a pondere atmosphaerico ; atque hoc intuitu oscillationes reperientur ex § 21. Sit scilicet longitudo chordae, i. e. tubi, = a; erit p (pondus chordam tendens) = ponderi atmosphaerico seu columnae mercurii in barometro, i. e. ad minimum 2260 ad maximum 2460 scrup. ; q (pondus chordae) autem erit = ponderi aëris in tubo. Sit rursus ratio gravitatum specificarum mercurii et aëris = $n : 1$ et k altitudo mercurii in barometro. Erit p ad q in ratione composita n ad 1 et k ad a seu erit p ad q ut nk ad a.

§ 33. Positis iam in expressione § 20 loco *p* et *q* eorum proportionalibus *nk* et *a* reperietur pro numero vibrationum uno minuto secundo editarum iste valor $\frac{22}{7a}\sqrt{3166nk}$. Unde patet, cum *n* et *k* pro diversa tempestate mutentur, sonum quoque mutari, scilicet crescente *nk* ille sit acutior, decrescente autem *nk* sit gravior. Erunt ergo soni tibiarum acutissimi maximo calore et aëre ponderosissimo, gravissimi autem maximo frigore aëreque levissimo. Quae differentia sonorum egregie quoque observatur a musicis atque organariis. Quia autem ista mutatio in omnibus tibiis aequabiliter locum habet, harmonia non mutatur.

§ 34.

Ut numeris exprimatur numerus oscillationum tibiarum, ponantur, si desideretur sonus liquoribus in barometris et thermometris ad maximam altitudinem consistentibus, pro *n* 12000 atque pro *k* 2460 scrup. ; reperietur numerus oscillationum minuto secundo editarum in tibia *a* scrup. longa $= \frac{22}{7a}\sqrt{3166\times 12000\times 2460} = \frac{960771}{a}$. Maximum vero frigus saevissimamque tempestatem indigitantibus liquoribus barometrorum ac thermometrorum, ponendo pro *n* 10000 et pro *k* 2260 scrup., reperietur numerus oscillationum minuto secundo editarum aequalis $\frac{22}{7a}\sqrt{3166\times 10000\times 2260} = \frac{840714}{a}$.

§ 35.

Hinc ergo ratio patet, quare tibiae edant sonos longitudinibus reciproce proportionales et quare amplitudo ad rem nihil faciat, immo etiam, quare materia tibiarum nullam sono diversitatem inferat. Quanquam autem nec amplitudo nec materia tuborum quicquam ad soni gravitatem seu aciem immutandam conferat, tamen haec ad affectionem atque suavitatem multum contribuit ; illa autem amplitudo tubi fundamentum est vis soni, ut, quo amplior sit tubus, eo fortior quoque sit sonus ; amplitido scilicet in tibiis analoga est crassitiei in chordis. Et quemadmodum non quaevis chorda ad quemvis sonum edendum apta est, verum ad graviorem crassior requiratur, ita etiam in tibiis istud locum obtinet, ut, quo altiores eae sint, eo maior amplitudo requiratur.

§ 36.

Cum ratio sonorum tonum integrum a se invicem distantium sit ut 8 ad 9, eadem tibia pro diversa aëris conditione sonos ad summum plus quam tono discrepantes edere potest. Sit tibia 4 pedes longa, quae adhibetur ad sonum C in chorali modo edendum ; et erunt eius vibrationes secundo minuto editae ad summum 240 atque ad minimum 210 ; id quos satis convenit cum iis, quae antea invenimus, ubi de chordis actum fuit ; ibi enim numerus oscillationum soni *C* repertus fuit 116, unde patet sonum tibiarum *C* esse quam proxime octava superiorem eo sono *C* in chordis. Quod autem tota octava distent, vulgo tamen pro aequalibus habeantur, mirandum non est, cum de sonis heterogeneis difficillimum sit iudicare, an unisoni sint ; num vero octava vel prorsus duabus aut pluribus octavis distent, sufficit, quod unica saltem octava eos sonos discrepantes repererim, id quod meam theoriam satis confirmat.

§ 37.

Quae hucusque de sono fistularum allata sunt, intelligi debent de fistulis cylindricis apertis, ubi aëri inflato in supremo tubo exitus patet. Cum autem tubus supra tectus fuerit, aër inflatus supra egredi nequit, ideoque eum retrogredi necesse est, ut ad orificium inferius emergat. Unde fit, ut quasi ad operculum supra tubum reflectat alterumque tantum spatii absolvat, antequam exitus ei patet. Et per consequens aër in tubo tanquam chorda duplo longior est consideranda, quippe chordae ut complicatae concipi debent. Unde colligitur fistulam tectam sonum edere eundem cum aperta duplo longiore, seu edet sonum octava graviorem aperta.

Quales autem edant sonos fistulae non ubivis eiusdem amplitudinis, i. e. vel convergentes vel divergentes, item fistulae supra ex parte saltem tectae, Clar. Competitoribus examinandum propono.

Annexa

1. Systema corporis et animae harmoniae praestabilitae, quo actiones corporis et animae minime a se invicem dependere asseruntur, veritati non consentaneum est.

2. Vis attractiva Neutoni aptissimus cuncta corporum coelestium phaenomena explicandi modus est. Et idea extra dubium positum esse credo corpora omnia ex sua natura se mutuo trahere.

3. Posito, centrum telluris (quod autem a vero longe est alienum) quaevis corpora attrahere in reciproca ratione duplicata distantiarum, terramque per centrum esse perforatam. Quaeritur, lapide per foramen demisso, quid eveniret, cum ad centrum perveniret, utrum ibi vel quiescens permansurus vel protinus ultra centrum progressurus, an vero a vestigio ad nos ex centro reversurus esset. Postremum ego affirmo.

4. Vires corporum motorum sunt in ratione composita ex simplici massarum et duplicata celeritatum.

5. Globus super plano inclinato rotando descendens, abstrahendo ab omni resistentia ea celeritate, quam ex eadem altitudine perpendiculariter cadendo acquireret, multo minorem nanciscetur. Erit enim illa ad istam normaliter cadendo acquisitam ut $\sqrt{5}$ ad $\sqrt{7}$.

6. Mali in navibus nimis alti esse non debent, ne venti vis navem subvertat. Ponamus autem malum velis instructum nimis altum, ut scilicet navis vento data certo prosterneretur. Dico, latiora vela si appenderentur, ut vis navem propulsans fortior esset, minus fore navem subversioni obnoxiam. Et semper, quantumvis malus altus sit, latitudo velorum eousque augeri poterit, ut nequidem vehementissimus ventus navi damnum afferre possit.

Tantum

La *Dissertatio physica de sono* d'Euler, traduction française du premier chapitre

Chapitre 1

De la nature et de la propagation du son

1 - Le traitement de la question du son par les anciens philosophes a été tout à fait obscur et confus, autant qu'il est possible de s'en faire l'idée à partir des textes dont on a hérité. Les uns, avec Epicure, décidèrent que le son se répandait à partir des corps sonores ébranlés, à l'instar d'une rivière ; quant aux autres, et avant tout les traducteurs latins d'Aristote, représentèrent avec lui la nature du son par le brisement de l'air qui apparaît à la suite de chocs violents entre des corps. Parmi les plus récents, Honoré Fabri et Descartes découvrirent que le son consiste en un tremblement de l'air, cependant l'un et l'autre concevaient ce tremblement de façon confuse. Le très subtil Newton a tenté d'évaluer et d'exposer le sujet plus soigneusement, notamment dans l'explication de la propagation du son, avec, à vrai dire, des résultats un peu plus heureux,. Donc, cette matière difficile qu'est le son, j'ai décidé de la traiter dans cette dissertation et de la rendre claire dans la mesure de mes forces, en l'appréhendant par deux chapitres. Dans le premier on étudie en quoi consiste le son et comment il se propage d'un lieu en un autre. Ensuite, au chapitre suivant, on considère la production du son selon trois modes.

.2 – Mais avant d'aborder l'étude sur le son lui-même, il faut auparavant parler de l'air en tant que sujet du son. Je conçois l'air comme composé de globules d'infiniment petite taille, comprimés par le poids pressant de l'atmosphère et jouissant d'une élasticité si forte que, une fois la force comprimante écartée, ils pourraient se rétablir dans leur position naturelle[103]. Aussi, comme le poids de l'air

---

[103] Le texte dit : *elaterio* (abl. de *elaterius*). Le mot 'élasticité', comme *elaterius* et *elater*, vient du grec ἐλατήριος, *élatèrios*, qui signifie d'abord 'qui chasse en avant'. Mais l'histoire des mots est telle que, passé par le vocabulaire médical, *elaterium* désigne un purgatif puissant… Il convenait donc d'inventer un mot nouveau, ce sera *elasticus*, qui produira notre 'élastique'. Une cinquantaine d'années avant Euler, Robert Boyle publiait en 1660, *New Experiments Physico-Mechanical: Touching the Spring of the Air and their Effects ;* puis, deux ans plus tard, *A defence of the doctrine touching the spring and the weight of the air*, pour contrer les attaques provenant du jésuite Franciscus Linus qui niait le vide. Le premier traité, très célèbre, a été traduit en latin (peu de gens connaissaient l'anglais sur le continent), en 1661, sous le titre *Nova expérimenta physico-mechanica de Vi Aëris Elastica et ejusdem Facta*, et le second, en 1663 sous le nom de *Defensio doctrinae de elatere et gravitate aeris*, (Leers, Londres, 1669). Pendant quelque temps, ces physiciens novateurs se nomment 'étaléristes' : cité par d'Alembert dans l'Encyclopédie : « ELATERISTES, adj. plur. (Physique.) terme de M. Boyle, pour désigner ceux qui tiennent pour l'élasticité & la pesanteur de l'air. Ces deux propriétés de l'air étant généralement reconnues aujourd'hui, les Elatéristes ne font plus une secte. (O) ». Il semble que pendant un certain

supérieur comprime l'inférieur, et empêche que les globules aériens ne s'étendent, la force élastique des globules aériens est égale au poids de l'atmosphère ; c'est pourquoi on peut la déterminer par expérience, à savoir : pour le plus grand poids de l'atmosphère s'élevant au dessus de la colonne de mercure, elle est équivalente à une hauteur de 2460 scrupules ou de millièmes de pieds du Rhin, mesure que j'emploierai toujours dans la suite ; mais si l'atmosphère présente un poids très petit, la force élastique de l'air équivalente est affectée d'une hauteur de la colonne de mercure de 2260 scrupules[104]. J'ajoute que le poids de l'air a été déterminé au moyen de la pompe pneumatique ; et on a observé que la gravité spécifique du vif argent est à la gravité spécifique de l'air le plus chaud comme de 12000 à 1, et pour le plus froid, de 10 000 à 1 environ.

3 – Si nous considérions, parmi les groupes de globules aériens, l'un d'entre eux plus comprimé que les autres, il se dilaterait, obéissant à sa loi propre, en repoussant les globules adjacents en toutes directions et en provoquant une compression sur eux, lesquels repousseraient les autres plus loin, si bien que les globules disséminés au loin seraient affectés en petite part par la compression[105]. Et par ce raisonnement, le son se propage en un autre lieu.

Cependant, comme le mouvement par lequel ce globule s'étend ne peut pas être arrêté immédiatement, une fois le globule revenu dans l'état des autres il s'agrandirait avec excès. De là, il serait comprimé à nouveau par les autres, mais encore une fois avec excès, de sorte que par un mouvement de tremblement chacun des globules qui n'est pas trop éloigné de ce premier, tantôt se dilaterait, tantôt se

temps les deux termes aient cohabité. Jakob Bernoulli, dans *De gravitate aetheris* (1683), emploie les deux termes en distinguant les notions, mais dans une letrtre à Leibniz (15 nov. 1702), il parle des corps privés d'élasticité en ces termes : *corpora ponantur elastica seu elatere destituta*. L'*elaterus* de Boyle et de Bernoulli fait alors place à l'*elasticus*. Euler cherche peut-être à montrer qu'il connaît les écrits et les travaux de Boyle ; Euler emploie d'ailleurs quelques lignes plus loin l'adjectif *elasticus*, plus conventionnel. Mais peut-être également Euler insiste sur le caractère dynamique de cette élasticité, car c'est justement cette action de repousser qui est décrite par l'emploi de la métaphore d'expulsion ; en 1727, l'explication physico-mathématique de l'élasticité de l'air était encore en cours d'élaboration, et l'emploi du mot devait être circonstancié.

[104] L'éditeur d'Euler dit que le pied Rhénan est égal à 313,8355mm (d'après Lesparat 313,9730mm). Un scrupule est égal à un millième de pied, donc à environ 0,314 mm. Ce qui fait, pour 2460 scrupules, une hauteur de Hg égale à 772 mm, soit 1029 hPa, et pour 2260 scrupules, 709 mm de Hg, soit 945 hPa.

[105] Dans cette phrase, la conditionnelle est au subjonctif présent (*Si concipiamus in serie globulorum aëreorum unum*), et les principales sont au futur (*ille sui iuris factus dilatabitur, … ; qui ulterius alios impellent…*). Il est clair, surtout après la lecture de la fin du paragraphe, et dans le contexte de l'histoire de la théorie du son, qu'il s'agit ici d'une hypothèse, et que donc ces futurs, et ceux qui suivent, doivent être traduits par des conditionnels. C'est également pourquoi je traduis *hac ratione* , non par 'cette raison', mais par 'ce raisonnement', ce qui est différent.

contracterait en retour. Cependant, ce tremblement des globules d'air voisins doit se ralentir rapidement en raison de leur infiniment petite importance[106], et de ce fait en employant une durée infiniment brève pour une seule oscillation ; donc, dans un temps fini, à partir d'un globule de cette sorte seraient émises, des oscillations ou ondulations en nombre infini, ce qui ne peut pas se faire en raison de la diminution continue du mouvement d'un globule quelconque. Et comme un temps fini est requis pour exciter en nous le sens, le son ne peut consister en un tel mouvement de tremblement de l'air.

4 – C'est plutôt que le son apparaît quand le même globule, du fait d'une force extérieure, éprouve des compressions plus longues [*crebrior*, litt. 'plus drues'] que les intervalles finis interposés[107] ; il est nécessaire, pour émettre un son, que le même globule se contracte et se détende alternativement ; et la durée de ces oscillations doit même être d'une brièveté non infinie, mais finie, de façon que le nombre de ces vibrations ou oscillations puisse être déterminées dans une durée donnée. Le nombre des pulsions venant frapper l'organe sensitif de l'oreille dans un temps donné fini doit être tel qu'il puisse être exprimé par des nombres[108].

5 – Maintenant que le tremblement[109] qui constitue le son est connu, il est facile d'expliquer les différences entre les sons ; ici je n'en mentionnerai que les principales. On classe généralement le son selon qu'il est fort ou faible. Il est fort ou intense lorsque les compressions des globules aériens sont plus fortes ; et donc le son est petit ou peu intense lorsque ces compressions sont plus faibles. Une fois le globule s'étant

---

[106] *magnitudo* : je préfère ''''importance', voire 'puissance', à 'grandeur' ou 'dimension' ; comme dans *magnitudo frigoris*, intensité du froid

[107] *Tum demum oritur sonus, cum idem globulus a vi aliena, intervallis interpositis finitis , crebriores patitur compressiones*. Dans l'édition Haller, 1751, il n'y a pas de virgule, ce qui indique que *intervallis interpositis finitis* est le complément à l'ablatif du comparatif *crebrior* qui, autrement serait isolé et traduisible par 'assez dense', ou 'assez fréquent'. Par ailleurs, même s'il est tentant de traduire *creber* par fréquent (puisqu'il s'agit du son), il semble que c'est plutôt la notion d'épaisseur, d'importance qui est évoquée ici ; je traduis par 'dense'.

[108] 'Pulsion' est la traduction littérale de *pulsus*, terme employé par Newton pour désigner ce qu'on appelle 'onde' de nos jours. Les ondes, au début du XVIIIème siècle, sont les ondulations à la surface de l'eau. Même si le terme 'pulsion' a été confisqué par la psychanalyse, il est important de restituer le vocabulaire scientifique de l'époque. On aurait pu traduire par 'pulsation', mais la confusion aurait été encore plus grande, puisque la pulsation d'un phénomène sinusoïdal exprime la différence de phase, grandeur qui n'est pas définie avant le XIXème siècle. Je conserve donc 'pulsion', et j'espère que les psychanalystes ne se formaliseront pas de cet emprunt. Pour être cohérent, lorsque 'vibration', 'ondulation' ou 'oscillation' apparaissent, c'est en traduction mot pour mot de *vibratio*, *undulatio* et *oscillatio*. De même, je traduis *tremor* par 'tremblement'.

[109] L'édition de Berlin (1926) donne *tremore*. Dans l'édition Haller (1751), on trouve *tempore*, repris par Ian Bruce (2002), mais cela n'a pas de sens. Il est plus pertinent de suivre le texte de l'édition de Berlin.

mis à trembler, comme le son se propage par la communication de la compression avec tous les globules placés autour, et qu'alors leur nombre augmente en raison double des distances du lieu d'origine, la force du son décroîtra en raison double des distances inversement, sauf si par hasard le son reçoit des accroissements d'un autre endroit[110].

6 – Une distinction du son d'une très grande importance est celle qu'il y a entre le grave et l'aigu. Le son est grave lorsque les vibrations des globules aériens se suivent l'une l'autre plus lentement, ou lorsque, dans un temps donné, les ondulations sont émises plus rarement. Au contraire, est aigu le son dont les vibrations ont des instants de pause interposés plus brefs, de telle façon que, dans le même temps, plusieurs oscillations soient produites. Et par suite, les sons, du point de vue du grave et de l'aigu, sont entre eux en raison du nombre des oscillations produites dans un temps donné.

7 – Le son est aussi soit simple, soit composé. Est simple le son dont les vibrations sont également distantes entre elles, et sont également fortes. Le son composé consiste en plusieurs sons simples sonnant à la fois, ce qui constitue la consonance ou la dissonance. La consonance est perçue quand se produisent des sons simples formant un rapport réductible à un rapport plus simple, par exemple double comme dans l'octave, ou *sesquialtière* comme dans la quinte, etc. En revanche, les dissonances se produisent lorsque le rapport des sons composants est plus lointain, par exemple la septième *superbipartiente*[111], ou encore le triton.

8 – Dès lors, considérons un peu plus attentivement la propagation du son, ce ne serait pas incorrect si, d'après la théorie énoncée plus haut, on calcule la distance qu'un son peut parcourir en un temps donné, par exemple une minute-seconde d'heure[112] ; on observe en effet que tous les sons, intenses ou faibles, graves ou aigus,

---

[110] 'En raison double' signifie 'proportionnel au carré' ; 'en raison double inversement' signifie 'inversement proportionnel au carré'.

[111] *Superbipartiens septima* : litt. 'septième superbipartiente' = 1+2/7 : intervalle dissonant, et inexistant dans nos gammes, de deux sons dont les fréquences sont dans un rapport de 9 / 7 et qui formeraient un intervalle légèrement supérieur à une tierce majeure (ut-mi). Le 'triton' est un intervalle composé de trois tons, donc dans un rapport de $(9/8)^3$, ou plus exactement de $\sqrt{2}$, puisque deux tritons forment une octave (six tons) dont le rapport est de 2. Cet intervalle (ut-fa#, par exemple) est dissonant et même considéré comme 'diabolique', donc proscrit dans la musique convenable en occident, jusqu'à la fin du XVIIIème siècle. Il commence à apparaître de façon transgressive après 1780 dans quelques œuvres destinée à susciter un débat (par exemple dans le quatuor en ut maj. K. 465 de Mozart, 1784).

[112] La minute (*minuta*, petite partie), ou 'minute prime', est la 'première petite partie' de l'heure (un soixantième d'heure), c'est notre minute actuelle. La 'minute-seconde' est la 'seconde petite partie' de l'heure (un soixantième de minute), notre seconde actuelle. On a également tenté la 'minute-tierce', ou tierce, actuellement inusitée.

parcourent un espace donné dans un même temps, et qu'ils progressent tous constamment à la même vitesse[113]. Pour que cela soit établi, on doit rechercher en combien de temps le globule aérien comprimé peut propulser sa compression à une distance donnée. On peut le découvrir sans difficulté à partir des règles de communication du mouvement et par un regard attentif de la nature de l'air. J'ajoute que, pour éviter les descriptions, je passe sous silence la méthode même pour y parvenir, en revanche, je présente ce qui en découle[114].

9 –Pour traiter le sujet d'une manière générale, soit la gravité spécifique du mercure à la gravité de l'air comme de n à 1, la hauteur de mercure dans le baromètre égale à k, la longueur du pendule égale à f, dont, en second lieu, les oscillations doivent mesurer la durée pendant laquelle le son parcourt un intervalle a. Ces dénominations là étant faites, je trouve que le temps d'une seule oscillation du pendule f, est au temps de propagation du son sur un intervalle a comme de 1 à $\frac{a}{4\times\sqrt{n\times k\times f}}$.

10 – Si a et k sont déterminés en scrupules, à la place de f on fixe 3166, cette valeur $\frac{a}{4\times\sqrt{3166\times n\times k}}$ indique en combien de secondes-minutes le son doit se propager sur un intervalle a. 3166 scrupules sont en effet la longueur du pendule oscillant chaque minute-seconde. C'est pourquoi, lorsque la distance a est achevée dans un temps de $\frac{a}{4\times\sqrt{3166\times n\times k}}$, la distance sur laquelle le son se diffuse en une minute-seconde sera de $4\times\sqrt{3166\times n\times k}$ scrupules[115].

11 – De là découlent ces conclusions. La vitesse du son sera la même pour un $n \times k$ constant ; en particulier, si les densités de l'air sont proportionnelles aux élasticités, les sons s'avancent à la même vitesse, c'est à dire que le son ne se déplace pas vers le sens de l'ouïe plus rapidement dans l'air très comprimé que dans l'air très raréfié. Par suite, le son doit se propager à la même vitesse au sommet des montagnes qu'au fond des vallées, si d'autres causes, qu'il va falloir exposer sous peu, ne s'y ajoutent pas.

---

[113] Gassendi a énoncé cette loi en 1649 (Gassendi, *Animadversiones*, t. 1, p. 280), et elle a été vérifiée à de nombreuses reprises, notamment par Derham en 1708 (*Experimenta et observationes de soni motu* in *Phil . Trans.* , 1708).

[114] Cette discrétion est assez savoureuse, car Euler est alors incapable de présenter un raisonnement construit qui le mènerait à ses conclusions. Nous analyserons plus attentivement ce point dans le commentaire à la traduction.

[115] C'est le facteur 4 qui est au centre du problème. On le verra plus loin au paragraphe 14.

12 – Si l'on fait croître $n \times k$, la vitesse du son doit augmenter. Donc si la densité de l'air a été maintenue ou diminuée, mais que l'élasticité a été accrue, la vitesse du son sera plus grande. Mais si, au contraire, la densité de l'air croît, l'élasticité ayant été maintenue ou diminuée, le son sera retardé[116]. Et de là, on comprend, comme le poids ou la densité et la force élastique de l'air entourant la terre sont exposés à différents changements, que les sons modifient aussi leur vitesse immédiatement après. Donc la vitesse du son sera la plus grande, par grande chaleur ou sous un ciel serein, ou plus exactement quand les liquides du baromètre et du thermomètre sont montés à une hauteur élevée. En revanche, par un froid rude ou dans une tempête violente, la vitesse du son doit être la plus faible, ce qui arrive quand les liquides du baromètre et du thermomètre s'élèvent à un faible niveau[117].

13 – Donc, on trouvera la plus grande vitesse du son si on remplace n par 12000 et k par 2460 scrupules, si bien que, pour l'espace parcouru par le son en une seconde, on trouve, en scrupules : $4\times\sqrt{3166\times12000\times2460}$ = 1 222 800, c'est à dire que, selon ma théorie, le son doit parcourir, à la plus grande vitesse, dans un intervalle d'une minute-seconde, 1222 pieds rhénans. En revanche, la vitesse du son la plus petite sera trouvée en prenant 10000 pour n, et 2260 pour k, ce qui fait, pour l'espace parcouru en une seconde, en scrupules : $4\times\sqrt{3166\times10000\times2260}$ = 1 069 600, ou 1069 pieds. Donc la distance à laquelle le son doit se répandre en une seconde est contenu entre les limites 1222 et 1069 pieds[118].

---

[116] L'élasticité est directement corrélée à la pression. Newton avait établi que : « Les vitesses des pulsions qui se propagent dans un milieu élastique sont en raison composée de la raison sous-doublée de la force élastique directement, et de la raison sous-doublée de la densité inversement ».

En langage moderne : $v = k\sqrt{\dfrac{P}{\rho}}$, avec P, la pression de l'air (liée à l'élasticité) et ϱ, masse volumique ou densité de l'air.

Par ailleurs, l'élasticité est également directement liée à la température. Euler est dans le vrai en faisant croître la vitesse avec la température, Newton n'en parle pas, il évoque juste cette éventualité. En réalité, Euler s'inspire directement du traité de Jacob s'Gravesande paru en 1721 (*Physices Elementa Mathematica*, Leyde, 1721) qui dit : « comme l'élasticité de l'air augmente avec la chaleur, il suit que les ondes se meuvent avec plus de vitesse en été qu'en hiver »

[117] Euler dit *maximo calore coeloque sudo*, « dans une atmosphère très chaude *et* sous un ciel serein », et *frigore et saevissima tempestate*, « dans un froid rude *et* dans une tempête violente ». Compte tenu des dispositions précédentes, il est plus correct de traduire les *et* par des 'ou'.

[118] Un scrupule est égal à un millième de pied, donc à environ 0,314 mm. Pour 2460 scrupules, la hauteur de Hg égale à 772 mm, soit 1029 hPa, et pour 2260 scrupules, on a 709 mm de Hg, soit 945 hPa., ce qui semble curieux. Comparons avec les données actuelles : les mesures normalisées sont ramenées à celles du niveau de la mer. Compte tenu de l'altitude de Bâle, 260m, on aurait, à partir des données d'Euler, en mesures actuelles normalisées : un minimum, pour 2260 scr., de 976 hPa, ce qui

14 – Si on compare cela avec l'expérience, on mettra en évidence son parfait accord avec elle, ce qui confirmera ma méthode. En effet, Derham et Flamsteed ont observé, lors d'expériences réalisées avec grand soin, que le son parcourrait 1108 pieds dans un temps d'une minute-seconde, nombre qui se situe à peu près au milieu des limites trouvées. Maintenant, si nous considérons ce que Newton dit à ce sujet dans *Phil., Lib II, sectio VIII*[119], celui-ci a trouvé, pour la distance que le son parcourt en une minute-seconde, une fois son raisonnement ramené à notre manière de parler, en scrupules rhénans, $\frac{p}{d} \times \sqrt{3166 \times n \times k}$, en notant $\frac{d}{p}$ le rapport du diamètre à la circonférence, c'est-à-dire environ $\frac{7}{22}$. Ainsi donc, son expression est plus petite que la notre, si du moins Newton multiplie $\sqrt{3166 \times n \times k}$ par 3 et $\frac{1}{7}$, alors que moi, à la place de ce nombre, j'applique 4[120].

15 – De là, il n'est pas étonnant que le très ingénieux Newton ait trouvé trop petite la distance sur laquelle le son se propage en une minute-seconde. Il ne la détermine pas plus grande que 947 pieds, ce qui est certainement un désaccord important avec cette distance qui a été trouvée par expérience. Cependant, ce qu'il avance pour justifier sa méthode, en attribuant ce désaccord aux impuretés de l'air, est un pur subterfuge[121]. En effet, de quelques vapeurs que l'air soit imprégné, sa force élastique est toujours égale au poids atmosphérique et le poids de l'air qui atteint le sens n'est pas non plus modifié. Ces paramètres restant constants, la vitesse du son ne peut par suite subir de modification. Et la dimension des molécules d'air n'a rien à voir dans cette affaire.

---

est plausible, et un maximum, pour 2460 scr., de 1060 hPa, ce qui semble excessif. Cependant, cette mesure maximale, qu'Euler adopte pendant tout l'exposé, correspond à celles pratiquées en plaine et rapportées dans les observations météorologiques qu'il avait pu consulter (correspondant, à 50 m d'altitude, à environ 776mm Hg ou 1034 hPa). Les pressions extrêmes retenues par Euler seraient donc celle de Bâle pour la plus basse par mauvais temps en hiver, et celle de la plaine pour la plus élevée par beau temps en été.

[119] Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres, 1687, Lib II, Sect VIII.

[120] C'est bien là tout le problème : le π de Newton est justifié, alors que le 4 d'Euler semble sorti d'un chapeau…

[121] Euler fait allusion aux hypothèses avancées par Newton pour expliquer le décalage entre son résultat et les mesures effectuées.

Références bibliographiques

Sources primaires

ALEMBERT, JEAN LE ROND D', *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, Paris, 1744.

BACON, FRANCIS, *Historia soni et auditus*, posth. , 1608, in *The works…*, ed. Spedding, 1859, t. 3.

BERNOULLI, DANIEL, *Hydrodynamica*, Strasbourg, 1738.

BERNOULLI, JEAN, père, dit Jean I, *Discours sur le mouvement*, Paris, 1727, in *Johannis Bernoulli Opera omnia*, Lausanne, 1742, t III, p. 1-107.

BERNOULLI, JEAN, père, dit Jean I, 'Meditationes de chordis vibrantibus', in *Commentarii academiae scientarum imperialis petropolitanae*, St Petersbourg, 1728, t 3, p.13-28.

BERNOULLI, JEAN, fils, dit Jean II, *Recherches physiques et géométriques sur la question : comment se fait la propagation de la lumière,…*, Pièce qui a remporté le prix de l'Académie royale des sciences en l'année 1736, Paris, 1737.

CASSINI DE THURY, CESAR-FRANÇOIS, 'Sur la propagation du son', in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 1738, p.128-142.

CASTEL, L.-BERTRAND, 'Nouvelles expériences d'optique et d'acoustique', in *Journal de Trévoux*, 1735, p. 1444-1482.

CONDAMINE, C.-MARIE DE LA, in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 1744, p.487-488.

CRAMER, GABRIEL, *Dissertatio physico-mathematica de sono,* Genevae, 1722.

CRAMER, GABRIEL, in *Journal des Savants*, Paris, 1741, p. 170-185.

DERHAM, WILLIAM, 'Experimenta et observationes de soni motu', in *Phil. Trans.*, février 1708.

DERHAM, WILLIAM, *Physico-Theology*, 1713, ed. Robinson and Robert, Londres, 1763.

EULER, LEONHARD, *Dissertatio physica de sono*, Bâle, 1727.

EULER, LEONHARD, *Dissertatio de igne*, in 'Pièces qui ont remporté le prix de l'Ac. Royale des Sciences', Paris, 1738.

EULER, LEONHARD, 'De propagatione pulsuum per medium elasticum', in *Novi Comm. Acad. scientiarum Petropolitanae* 1, 1750, pp. 67-105.

EULER, LEONHARD, 'Coniectura physica circa propagationem soni ac luminis', in *Opuscula Varii Argumenti*, vol. 2, Berlin, 1750, p. 1-22.

GASSENDI, PIERRE, *Animadversiones in libri X Diogenii Laertii*' , Anisson, Lyon, 1649.

GASSENDI, PIERRE, *Opera omnia*, Paris, 1658, t I, *Physicae sectio I liber VI caput X, de sono*, p. 414 et suiv.

GRAVESANDE, JACOB S', *Physices Elementa Mathematica*, Leyde, 1721, 1725, trad. franç. Joncourt, *Elemens de physique*, Leyde, 1746.

HAUKSBEE, FRANCIS, *Physico-Mechanical Experiments*, Londres, 1719.

HUYGENS, C., *Horologium oscillatorium*, 1673, in *Œuvres compl.*, Nijhoff, La Haye, 1934, t 18

HUYGENS, CHR., *Traité de la lumière*, 1690, in *Œuvres complètes*, Nijhoff, La Haye, 1937, t 19

KIRCHER, ATHANASE, *Phonurgia nova…*, Kempten, 1673, lib. I, sect. I.

LAGRANGE, JOSEPH-LOUIS, 'Recherches sur la nature et la propagation du son', in *Miscell. Taurin.*, I, 1759, et in *Œuvres*, Paris, Gauthier Villars, 1867, I, p.39-148.

LAPLACE, P.-SIMON, 'Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau', in *Ann. de Chimie et de Phys*. III, 1816, p. 238-241.

MAIRAN, JEAN-JACQUES DORTOUS DE , 'Discours sur la propagation du son', puis 'Eclaircissements …', in *Mém. de l'Ac. Royale des Sciences*, Paris, 1737, p.1-20 et p. 20-58.

MERSENNE, MARIN, *Harmonie Universelle,* Paris, 1636, livre I.

NEWTON, ISAAC, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres, 1687, Lib. II, Sect. VIII, p. 354-372. Traduction en français de Mme du Châtelet, Paris, 1759, t 1, liv. II, sect. VIII, Prop. XLI - L, p. 394-412.

PERRAULT, CLAUDE, *Essais de physique*, Paris, 1680, tome 2, *Du bruit.*

RAMEAU, JEAN-PHILIPPE, *Génération harmonique*, Paris, Prault, 1737.

TAYLOR, BROOK, 'De motu nervi tensi', in *Philosophical Transactions* 1713, 337, p.26-32. Repris dans *Methodus incrementorum directa et inversa*, 1715, p. 91-93.

VOLTAIRE, *Elements de la philosophie de Newton,* 1738, seconde partie, chap. XIV. Chapitre supprimé à partir de 1741.

Sources secondaires

BASKEVITCH, FRANÇOIS, *Les représentations de la propagation du son, d'Aristote à l'Encyclopédie,* thèse de doctorat en Histoire des Sciences et des Techniques, Univ.de Nantes, 2008.

BASKEVITCH, FR., 'L'air et le son dans l'Encyclopédie', in *Rech. sur Diderot et sur l'Encycl.*, 44, 2009.

BRUCE, IAN, Traduction en anglais de la *Dissertatio physica de sono* d'Euler, www.17centurymaths.com.

CHARRAK, ANDRE, *Raison ou perception, fonder l'harmonie au XVIIIème siècle*, Paris, Vrin, 2001.

DOSTROVSKY, SIGALIA ET CANNON, JOHN T., *The evolution of dynamics …*, New-York, Springer, 1983.

LIENARD, PIERRE, Petite histoire de l'acoustique, Paris, Hermès – Lavoisier, 2001.

LINDSAY, R. BRUCE, traduction anglaise de la *Dissertatio physica de sono* d'Euler, in *Acoustics : historical and philosophical development*, Stroudsburg, Dowden, 1973.

Index